DER OBERRHEINGRABEN ALS ANOMALIE DER ELEKTRISCHEN LEITFÄHIGKEIT, UNTERSUCHT MIT METHODEN DER ERDMAGNETISCHEN TIEFENSONDIERUNG

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

Rudolf Winter
aus Berlin

Göttingen 1973

DER OBERRHEINGRABEN ALS ANOMALIE DER ELEKTRISCHEN LEITFÄHIGKEIT, UNTERSUCHT MIT METHODEN DER ERDMAGNETISCHEN TIEFENSONDIERUNG

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von

Rudolf Winter
aus Berlin

Göttingen 1973

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

D 7
Referent: Prof. Dr. M. Siebert
Korreferent: Prof. Dr. U. Schmucker
Tag der mündlichen Prüfung: 1. November 1973

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung 1

1.1. Problemstellung 1
1.2. Literaturübersicht 3

2. Messung und Datenaufbereitung 6

2.1. Ausführung der Messungen 6
2.2. Auswahlkriterien und Digitalisierung der verwendeten Effekte 8
2.3. Das anomale Verhalten der H_y- und H_z-Komponente 10

3. Numerisches Filtern 16

3.1. Numerisches Filtern von Baystörungen 16
3.2. Der lineare Zusammenhang zwischen den Komponenten des erdmagnetischen Variationsfeldes 21
3.3. Der geomagnetische Induktionspfeil 28

4. Harmonische Analyse 34

4.1. Transformation der Zeitreihen in den Frequenzbereich 34
4.2. Lösung der Ausgleichsaufgabe zur Bestimmung der Übertragungsfunktionen 36

5. Die Übertragungsfunktionen 42

5.1. Rotation des Koordinatensystems 42
5.2. Elimination des anomalen Horizontalfeldes 46
5.3. Das normierte anomale Vertikal- und Horizontalfeld 50
5.4. Der Zusammenhang zwischen Induktionspfeil- und Übertragungskoeffizienten 57

6. Leitfähigkeitsmodelle 61

6.1. Verfahren zur Ermittlung der Leitfähigkeitsverteilung 61

6.2. Modellrechnung für eine dünne inhomogene Deckschicht über lateral homogenem Substratum 62

6.3. Inversion der Beobachtungsdaten zur Berechnung lateral inhomogener Leitfähigkeitsverteilung in der Deckschicht 73

6.4. Anpassung der Leitfähigkeitsmodelle an die Beobachtungen 80

6.4.1. Einfache Leitfähigkeitsmodelle 80

6.4.2. Das Vierschichtenmodell 84

6.5. Diskussion des Ergebnisses 90

6.5.1. Vergleich mit bekannten Leitfähigkeitsmodellen 90

6.5.2. Vergleich mit anderen geophysikalischen und geologischen Beobachtungen 96

7. Zusammenfassung 102

8. Anhang 104

Tabelle 1: Stationsverzeichnis 104

Tabelle 2: Geomagnetische Induktionspfeile 106

Tabelle 3: Übertragungsfunktionen W'_q und W'_p 108

Tabelle 4: Interpolierte Übertragungsfunktionen W_p und W_{pp} 110

9. Literaturverzeichnis 112

1. Einleitung

1.1. Problemstellung

Zeitliche Änderungen des Erdmagnetfeldes werden erklärt als Magnetfelder von elektrischen Stromsystemen, die sowohl im Innern als auch außerhalb der Erde fließen können. Die Änderungen des aus dem Erdinnern stammenden Magnetfeldes, dessen Ursache Ströme an der Oberfläche des Erdkerns sind, haben Zeitkonstanten von einigen Jahrzehnten bis Jahrhunderten (Säkularvariation des Hauptfeldes). Die Stromsysteme im Außenfeld (Ionosphäre und Magnetosphäre) bauen Magnetfelder auf, die Perioden von mehreren Tagen bis hinab in den Sekundenbereich haben können. Sie werden von der Partikel- und Wellenstrahlung der Sonne verursacht. Diese primären (äußeren) magnetischen Variationen erzeugen durch Induktion Stromsysteme in Kruste und Mantel der Erde, bis hinab zu Tiefen von einigen hundert Kilometern, von denen dann sekundäre (innere) Magnetfelder aufgebaut werden. Die Überlagerung beider, der primären und sekundären Magnetfelder, wird an der Erdoberfläche gemessen. Der elektromagnetische Skineffekt bewirkt, daß die Variationen je nach ihrer Periode verschieden tief in den elektrisch leitenden Untergrund eindringen. Dabei sind Größe und Phasenlage der induzierten Ströme von der spezifischen elektrischen Leitfähigkeit und ihrer Verteilung im Untergrund abhängig.

Die Erdmagnetische Tiefensondierung stellt sich die Aufgabe, aus einer Analyse des an der Erdoberfläche beobachteten magnetischen Variationsfeldes Aufschluß über die Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund zu erhalten. Im Unterschied zu den elektrischen Verfahren der angewandten Geophysik finden hier anstelle künstlicher Felder die großräumigen Magnetfelder natürlicher elektrischer Stromsysteme Verwendung.

Eine Anomalie der elektrischen Leitfähigkeit liegt immer dann vor, wenn sich die Leitfähigkeit nicht nur mit der Tiefe sondern auch lateral ändert. In der Nachbarschaft solcher hori-

zontalen Leitfähigkeitsunterschiede treten stets ungewöhnlich große Variationen der Vertikalintensität auf, besonders deutlich sichtbar bei Perioden zwischen 5 und 180 min. Wie im folgenden gezeigt wird, können systematische lokale Unterschiede im Variationsfeld bereits auf Entfernungen von 5 km auftreten. Da im äußeren Feld solche engräumigen Inhomogenitäten ausgeschlossen werden können, sind sie lateralen Leitfähigkeitsänderungen zuzuschreiben.

Im Rahmen der Zusammenarbeit am "International Upper Mantle Project" arbeiten seit 1964 Geowissenschaftler mit den verschiedensten Methoden und Zielen an der Erkundung des Oberrheingrabens. Die Beteiligung an diesem Forschungsvorhaben mit Methoden der Erdmagnetischen Tiefensondierung schien insofern lohnenswert, als hier mit ausreichender Näherung eine zweidimensionale Leitfähigkeitsverteilung angenommen werden kann. Setzt man unter den elektrisch gut leitenden Sedimenten einen hohen spezifischen Widerstand für das kristalline Grundgebirge voraus, so sollten kurzperiodische Variationen die Sedimentdecke ansprechen, während magnetische Störungen mit Perioden von einigen Stunden die sedimentären Schichten durchdringen und vor allem auf den in größerer Tiefe wieder abnehmenden Widerstand reagieren und über ihn Auskunft geben sollten.

Einen weiteren Vorteil bei diesem Projekt versprach die Möglichkeit, die schon vorhandenen allgemeinen Vorstellungen und Kenntnisse über Grabenstrukturen am Modellfall des Oberrheingrabens zu testen. So sollten sich insbesondere die Arbeitsgebiete, die sich mit der Beobachtung, Analyse und Interpretation elektrischer und elektromagnetischer Felder befassen (Geoelektrik, Tellurik, Magnetotellurik und Erdmagnetische Tiefensondierung), fruchtbar ergänzen.

Die Aufgabe, die sich die Erdmagnetische Tiefensondierung stellt, soll hier auf folgende Weise gelöst werden: Die Analyse der Beobachtungen auf einem Profil quer zum Oberrheingraben liefert orts- und frequenzabhängige Übertragungsfunktionen, die das induktive Verhalten des Untergrundes gegen-

über einem Primärfeld beschreiben. Nach Vorgabe eines plausiblen einfachen Modells werden diese Übertragungsfunktionen mit denen des Modells verglichen und durch Abänderung der freien Modellparameter möglichst gut für jeden Ort und alle vorkommenden Frequenzen iterativ angepaßt. Diese Annäherung erfolgt mit Hilfe zweidimensionaler Modelle, die aus einer dünnen Schicht variabler integrierter Leitfähigkeit und einem eben geschichteten Substratum bestehen. Während der Untergrund durch die oben erwähnte iterative Anpassung bestimmt werden soll, wird versucht, die Verteilung der integrierten Leitfähigkeit in der Oberflächenschicht durch ein Inversionsverfahren unmittelbar aus den empirischen Übertragungsfunktionen abzuleiten.

Zur physikalischen Deutung sollen die Ergebnisse in den Rahmen der Untersuchungen anderer geowissenschaftlicher Disziplinen eingeordnet werden. Dabei besteht insbesondere die Möglichkeit, aus Laborversuchen einen empirischen Zusammenhang zwischen elektrischer Leitfähigkeit und Temperatur bei festem Druck zu ermitteln und damit dem Krusten- und Mantelmaterial in bestimmten Tiefen den sonst nur schwer zugänglichen Parameter Temperatur zuzuordnen.

1.2. Literaturübersicht

Die Phänomenologie erdmagnetischer Variationen findet man u.a. beschrieben bei BARTELS [1952,1954], CHAPMAN und BARTELS [1961] und KERTZ [1969,1971]; die Maßzahlen zur Kennzeichnung ihrer Aktivität werden von SIEBERT [1971] behandelt.

Globale Untersuchungen zur elektromagnetischen Induktion gab es schon vor fünfzig Jahren [CHAPMAN und WHITEHEAD 1923], regionale hingegen erst seit etwa zwanzig Jahren: Fast gleichzeitig gab es in Deutschland und Japan Hinweise auf lokale Leitfähigkeitsanomalien, die durch das unterschiedliche Verhalten der erdmagnetischen Variationen benachbarter Stationen deutlich wurden [O.MEYER 1951]. Die

seit 1951 untersuchten japanischen Induktionsanomalien werden von RIKITAKE [1966] in einer ausführlichen Übersicht dargestellt. Seitdem sind in allen Erdteilen Leitfähigkeitsanomalien untersucht worden.

Einen Überblick über die bisher bekannten regionalen Induktionsanomalien in Europa geben KERTZ [1964] und UNTIEDT [1970]. Die ersten Untersuchungen in Deutschland von WIESE [1954,1965], FLEISCHER [1954] und SCHMUCKER [1959] lieferten entlang der Abbruchkante des norddeutschen Sedimenttroges die in Ost-West-Richtung streichende "Norddeutsche Leitfähigkeitsanomalie". Obwohl noch nicht eindeutig geklärt ist, ob diese Anomalie auf die Oberflächengeologie oder auf Leitfähigkeitsänderungen in Tiefen größer als 30 km zurückzuführen ist, scheint der geologische Kanteneffekt hier nicht ohne Einfluß zu sein. Inzwischen wurden die verschiedensten Gegenden Deutschlands mit Methoden der Erdmagnetischen Tiefensondierung untersucht. Als deutlich erkennbare Anomalie der elektrischen Leitfähigkeit machte sich auch der mit Sedimentgesteinen gefüllte Leinegraben bei Göttingen bemerkbar, und zwar sowohl für Variationen [KREMSER 1962, WINTER 1966] als auch für die im Periodenbereich von 1 bis 600 sec zeitlich veränderlichen erdmagnetischen Pulsationen [STEVELING 1966].

Der Leinegraben stellt mit der Hessischen Senke geologisch die nördliche Fortsetzung des Oberrheingrabens dar [DORN 1966]. Der zu erwartende Effekt am Oberrheingraben als einer in Nord-Süd-Richtung streichenden Induktionsanomalie wurde durch Untersuchungen zur Erdmagnetischen Tiefensondierung von WINTER [1967,1970] und NAUMANN [1970] nachgewiesen. Die Analyse der Beobachtungen des erdelektrischen Feldes (Tellurik) von SENGPIEL und HAAK [1967], HAAK et al. [1970] und HAAK [1970] lieferte Vorzugsrichtungen der Flächenströme in Grabenrichtung. Die Auswertung der Aufzeichnung erdelektrischer und erdmagnetischer Felder (Magnetotellurik) von LOSECKE [1970], REITMAYR [1971] und SCHEELKE [1972] ergab ebenfalls eine mit dem Oberrheingraben verbundene anomale Leitfähigkeitsverteilung.

Zusammenfassungen über neuere Untersuchungen verschiedener Geowissenschaften am Oberrheingraben wurden herausgegeben von ROTHÉ und SAUER [1967], ILLIES und MÜLLER [1970] und ILLIES und FUCHS [1973].

Zu einer ersten Auswertung der Daten bietet sich der geomagnetische Induktionspfeil an [WIESE 1962,1963,1965,1967]. Seine Richtungsveränderlichkeit wurde von MEYER [1968], seine besondere Verwendung bei der Erdmagnetischen Tiefensondierung von SIEBERT [1969] und seine Deutung bei schmalen, langgestreckten orthogonalen Leitfähigkeitsanomalien ebenfalls von SIEBERT [1971] untersucht. Mit Hilfe von Übertragungsfunktionen können die Ergebnisse aus Modellrechnungen und Inversionsverfahren für zweidimensionale Induktionsanomalien nach SCHMUCKER [1970 a, 1971] mit den Beobachtungen verglichen werden.

2. Messung und Datenaufbereitung

2.1. Ausführung der Messungen

Im April 1966 fand in Wiesloch ein Kolloquium statt, bei dem das Projekt "Oberrheingraben" in das Schwerpunktprogramm "Unternehmen Erdmantel" der Deutschen Forschungsgemeinschaft aufgenommen wurde. Es fiel u.a. dem Institut für Geophysik der Universität Göttingen zu, das Gebiet des Oberrheingrabens mit Methoden der Erdmagnetischen Tiefensondierung zu untersuchen [KERTZ 1966, SIEBERT 1966]. Die Lage des Meßprofils (Abb.1) wurde mit anderen geowissenschaftlichen Disziplinen abgesprochen und stimmt insbesondere mit den in

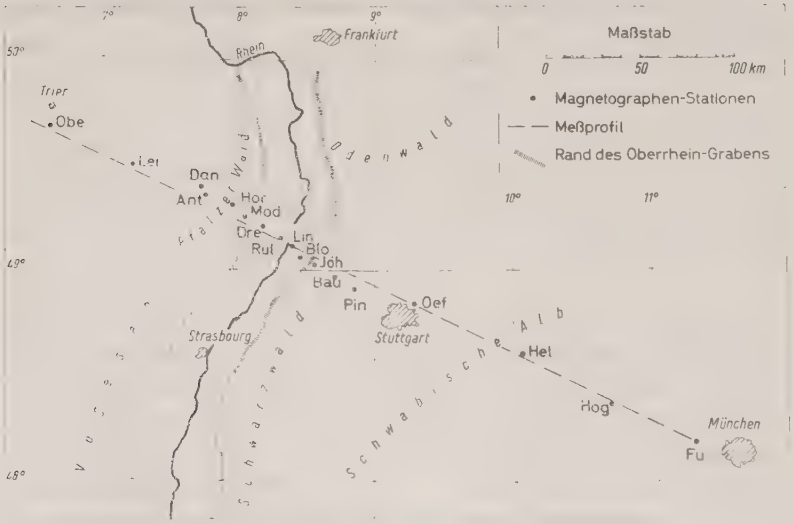

Abb.1:

Lage der 17 Registrierstationen auf einem 400 km langen Profil von Trier bis Fürstenfeldbruck senkrecht zum Rheingraben bei Karlsruhe. Ein Verzeichnis der Ortsnamen, der geographischen Koordinaten und Eichfaktoren befindet sich in Tabelle 1 im Anhang.

diesem Gebiet des Rheingrabens gewählten Profilen der Tellurik [HAAK 1970] und Magnetotellurik [SCHEELKE 1972] überein. Es verläuft in der Höhe von Karlsruhe etwa senkrecht zum Rheingraben.

Zur Aufzeichnung der erdmagnetischen Variationen in den drei orthogonalen Feldkomponenten H_x, H_y und H_z (H_x = magnetische Nordkomponente, H_y = Ostkomponente, H_z = Vertikalkomponente) auf Filmpapier standen ASKANIA-Variographen Gv3 zur Verfügung. Neben den drei Komponenten wurde eine Basislinie und die Temperatur mitregistriert, der Filmvorschub betrug 20 mm/h. Eine Beschreibung des Gerätes findet man in der von den ASKANIA-Werken herausgegebenen Broschüre, meßtechnische Hinweise werden u.a. von WINTER [1966] und SCHMUCKER [1970] gegeben.

Um einen Überblick über die Genauigkeit der Eichung (Eichamperemeter, Skalenfaktoren etc.) zu erhalten, wurde eine Simultaneichung durchgeführt: Mit den für den Einsatz vorgesehenen Geräten wurden im Gelände des Göttinger Instituts für Geophysik gleichzeitig Aufzeichnungen vorgenommen, um aus den Abweichungen der Komponenten untereinander Fehlerabschätzungen zu erhalten. Die Abweichungen der Amplitudenverhältnisse für die Horizontalkomponenten liegen im Mittel unter 1 %, für die temperaturabhängige Vertikalkomponente bei etwa 2 %. In diesen Angaben ist die Ungenauigkeit durch unregelmäßige Filmpapierdehnung bei der Entwicklung und Trocknung schon enthalten. Ausfälle beim Filmtransport wurden durch den Einbau verstärkter Kupplungsfedern in sämtliche Kassetten behoben.

In der ersten Meßperiode vom 28. September bis 31. Dezember 1966 wurden die erdmagnetischen Variationen auf einem 100 km langen Teil des o.a. Profils von Kaiserslautern bis Mühlacker an 11 Stationen gleichzeitig aufgezeichnet. Der Stationsabstand betrug im Mittel nur 10 km. In einer zweiten Meßperiode vom 18. August bis 24. November 1967 wurden insgesamt 9 Stationen im Abstand von etwa 50 km auf einem 400 km langen Profilstück verteilt (Abb.1). Diese Verlängerung zu

beiden Seiten des ersten Meßprofils erschien notwendig, um auch das Abklingen des Grabeneffekts in die Messung und Auswertung mit einzubeziehen (Abb.2, 3 und 4). Eine Zusammenfassung aller Stationsnamen, deren Abkürzungen, geographische Koordinaten und Entfernungen, Eichfaktoren und Zugehörigkeit zur ersten bzw. zweiten Meßperiode befindet sich in Tabelle 1 im Anhang.

Da die Meßapparatur netzabhängig ist, mußte im allgemeinen in der Nähe von Gebäuden registriert werden. Wie auch aus Tabelle 1 ersichtlich, wurden die Stationen vorzugsweise in der Nähe von Aussiedlerhöfen, Forsthäusern, alleinstehenden Domänen und Mühlen und nur in zwingenden Fällen an dichter besiedelten Plätzen installiert. Der Variograph wurde in einer transportablen Holzhütte, das Versorgungsgerät in einem wetterfesten Kasten außerhalb untergebracht; 50 bis 100 m Netzkabel ermöglichten die Aufstellung in ausreichender Entfernung von störenden Magnetfeldern bewegter Eisenteile (hauptsächlich Kraftfahrzeuge). Um einen zuverlässigen und kontinuierlichen Verlauf der Messung zu gewährleisten, mußten die Stationen durchschnittlich jede Woche zur Kontrolle der Uhren und der Horizontierung, zur Überwachung der Thermostaten, zur Eichung und zum Filmkassettenwechsel betreut werden.

2.2. Auswahlkriterien und Digitalisierung der verwendeten Effekte

Die beiden Meßperioden in den Jahren 1966 und 1967 liegen zeitlich kurz nach dem Minimum des 11-jährigen Sonnenfleckenzyklus und dem Minimum der erdmagnetischen Aktivität von 1965. Ausgeprägte Störungen vom Typ si (sudden impulse) und ssc (sudden storm commencement) waren darum selten zu verzeichnen. Die Verwendung langperiodischer Magnetfeldänderungen wie Sq (solar quiet) und D_{st} (D für disturbed, st für storm-time) zur Auswertung liegt an der Grenze der Möglichkeiten der als Wanderstation im Gelände eingesetzten Variographen.

Am häufigsten traten Bays und bayartige Störungen im Periodenbereich von einigen Minuten bis zu einigen Stunden auf. Eine typische Bay hat eine Periode von einer Stunde. Da bei diesen Störungstypen außerdem das anomale Verhalten des Magnetfeldes auf dem Profil am deutlichsten ausgeprägt ist, wurden sie allein zur Auswertung herangezogen.

Magnetische Baystörungen werden durch zeitliche und räumliche Änderungen des Baystromsystems verursacht. Wenn man den Vorschlägen von SILSBEE und VESTINE [1942] und AKASOFU, CHAPMAN und MENG [1965] folgt, so besteht das Baystromsystem aus einem in der Ionosphäre der Polarlichtzone gebündelt und nach Westen fließenden Strom, der sich über Polkappe und auch über mittlere Breiten schließt. In Mitteleuropa befindet man sich unter diesem Rückstromsystem. Amplitude und Phasenlage der zugehörigen Magnetfeldänderungen sind infolge der Erddrehung von der Tageszeit abhängig. Die am besten ausgeprägten und darum zur Auswertung bevorzugt verwendeten Bays haben im Untersuchungsgebiet Häufigkeitsmaxima in den frühen Abendstunden und gegen Mitternacht.

Im Mittel wurden 15 bis 20 Baystörungen für jede Station zur Auswertung verwendet. Die Digitalisierung auf Lochstreifen erfolgte anhand der Originalregistrierung mit dem Pencil Follower der Firma BRINDI in äquidistanten Abständen von 1 mm, das entspricht etwa 3 min Registrierdauer. Vor und nach der eigentlichen Baystörung wurden genügend digitalisierte Werte mitgenommen, um das in Abschnitt 3.1. beschriebene Filterverfahren anwenden zu können. Die Amplitudenauflösung betrug 0.1 mm, das entspricht etwa 0.3 γ bei einer für die Variographen angenommenen mittleren Empfindlichkeit von 3 γ/mm. Die vierstelligen Koordinaten der digitalisierten Baystörungen wurden, mit den Angaben der Station, der Komponente, des Datums, der Zeitmarken und der Eichfaktoren versehen und von Lochstreifen auf Lochkarten übernommen, um die Daten leichter weiterverarbeiten zu können.

2.3. Das anomale Verhalten der H_y- und H_z-Komponente

Einen ersten Überblick über das anomale Verhalten des erdmagnetischen Variationsfeldes am Oberrheingraben kann man den Registrierbeispielen Abb.2 bis 4 direkt entnehmen. Die Stundenmarkendistanz beträgt im Original 20 mm, die Uhrzeit wird in Weltzeit (UT) angegeben. Für jede Komponente und Station gilt die gleiche am rechten Rand angegebene Empfindlichkeit.

Die Abb.2 und 3 zeigen Baystörungen, die auf Stationen des ersten Meßprofils aufgezeichnet worden sind. Im Fall der kurzperiodischen Störung mit einer Periode von etwa 15 min (Abb.2) erkennt man eine kontinuierliche Amplitudenabnahme in H_z von den Randstationen gegen Grabenmitte hin. Die Variationen der auf dem Grabenverlauf ungefähr senkrecht stehenden H_y-Komponente zeigen die größten Amplituden in Grabenmitte. Bei der nahezu parallel zum Graben liegenden H_x-Komponente sind keine systematischen Differenzen von Station zu Station zu erkennen.

Das anomale Verhalten scheint mit zunehmender Periode abzunehmen: Während der 15 min-Effekt (Abb.2) trotz der geringen Amplituden in den Horizontalkomponenten in H_z die oben beschriebenen ausgeprägten Merkmale besitzt, findet man bei der Baystörung von mehr als einer Stunde Störungsdauer (Abb.3) nur verhältnismäßig geringe H_z-Amplituden. Mit diesem Ergebnis könnte eine Abnahme des Grabeneinflusses mit zunehmender Eindringtiefe verbunden sein.

Auf dem ersten Meßprofil mit einer Länge von etwa 100 km sind die stärksten H_z-Amplituden an den Randstationen zu erkennen. Der Grabeneffekt scheint noch nicht abgeklungen zu sein. Dies wird besonders deutlich beim Vergleich der Vertikalkomponente der östlichen Randstationen mit den Aufzeichnungen von H_z des 200 km entfernt liegenden Observatoriums Fürstenfeldbruck (FU). Die Variationen auf dem verlängerten, zweiten Meßprofil (Abb.4) zeigen - besonders zum östlichen Profilende hin - das erwartete kontinuierliche

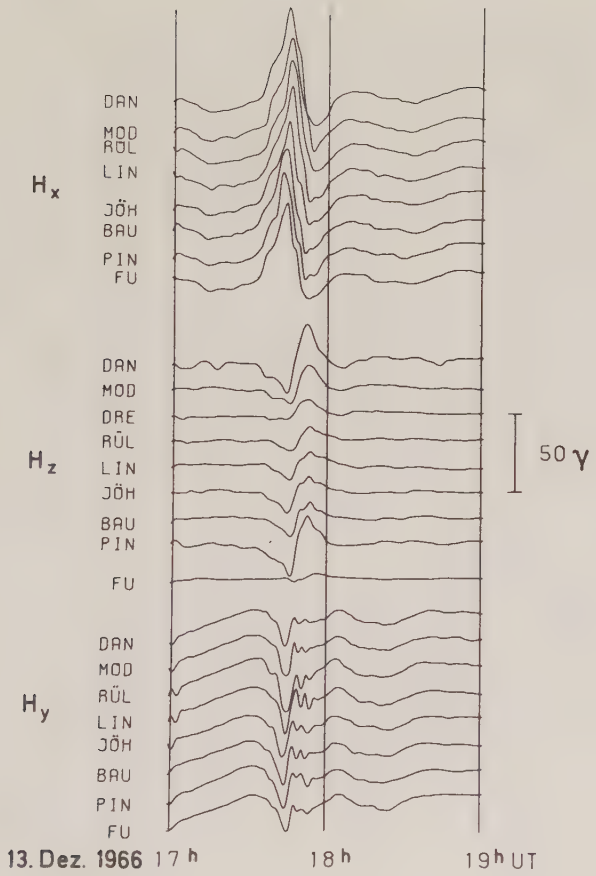

Abb. 2:

Baystörung von etwa 15 min Störungsdauer, gleichzeitig aufgezeichnet an 9 Stationen des ersten Meßprofils. Unterschiede besonders in den H_y- und H_z-Registrierungen entsprechen dem ortsabhängigen anomalen inneren Anteil der Störung.

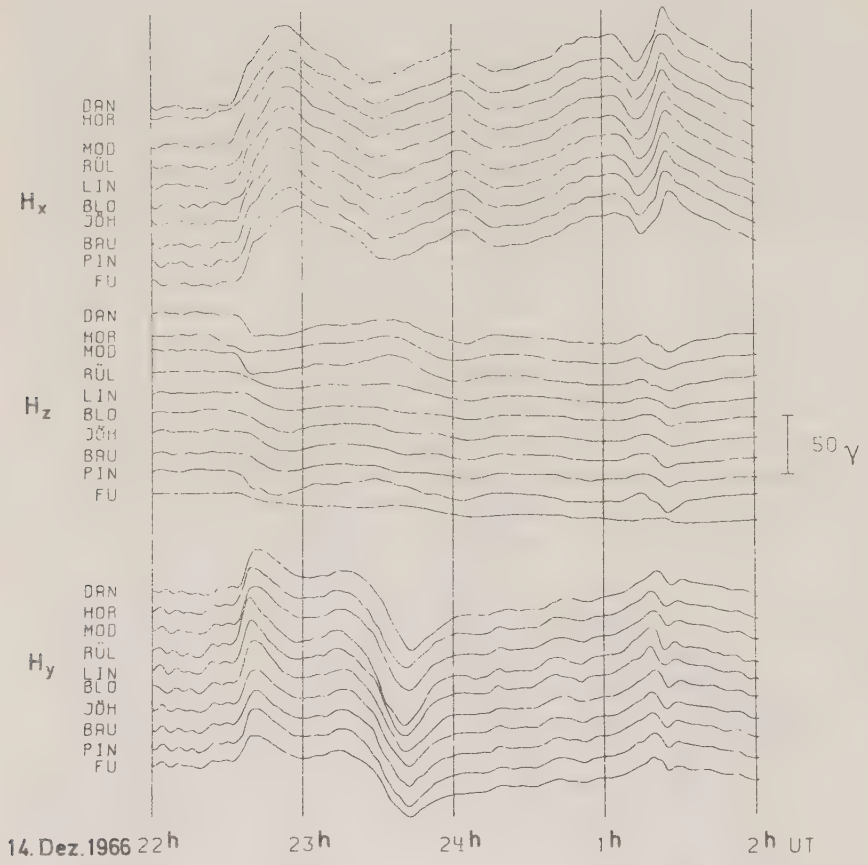

Abb. 3:

Baystörungen von etwa 60 min und 15 min Störungsdauer, gleichzeitig aufgezeichnet an 10 Stationen des ersten Meßprofils. Das anomale Verhalten, insbesondere der H_z-Komponente scheint mit abnehmender Periode größer zu werden.

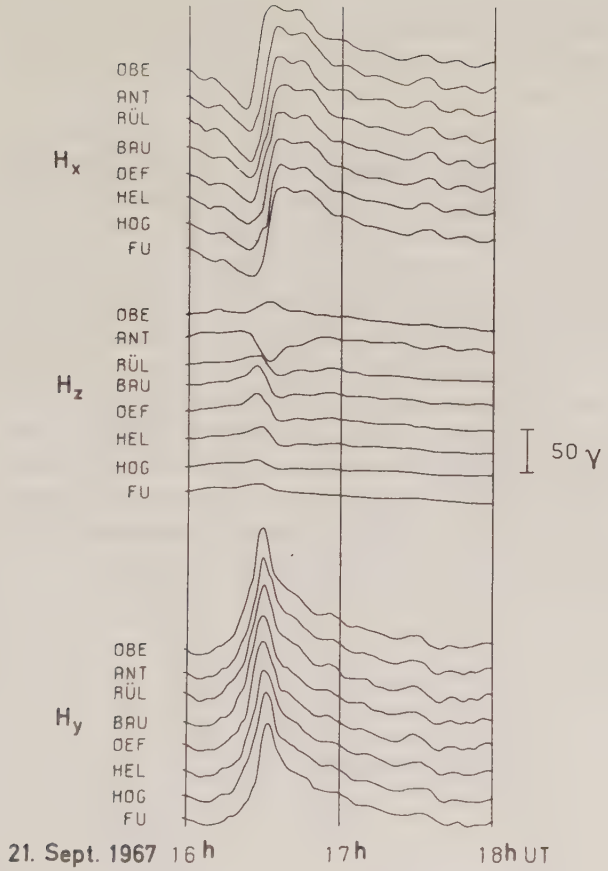

Abb.4:

Baystörung von etwa 20 min Dauer in H_z, gleichzeitig aufgezeichnet an 8 Stationen des zweiten Meßprofils. Die systematischen Amplituden- und Phasenänderungen entsprechen dem lokalen, anomalen, inneren Anteil der Störung, verursacht durch die Rheingrabenanomalie.

Abklingen der Amplituden in allen drei Komponenten. Auch Phasendifferenzen in H_z werden jetzt deutlich sichtbar. Am westlichen Profilende (Moseltal) scheint sich eine neue Anomalie abzuzeichnen.

Noch plastischer werden diese Amplituden- und Phasenunterschiede, wenn man für jede Komponente Differenzen zwischen den Variationen der einzelnen Stationen und einer Bezugstation bildet (Abb.5). Als Bezugstation wurde die Station RÜL in Grabenmitte gewählt. Sieht man von dem Einfluß einer neuen Anomalie am westlichen Profilende ab, so werden durch Abb.5 schon jetzt die wichtigsten Merkmale einer Grabenanomalie deutlich: Die Differenzen der zum Grabenverlauf annähernd senkrechten Komponente H_y-H_y(RÜL) zeigen zu den Profilenden zunehmende Amplituden, die Differenzen der parallelen Komponente H_x-H_x(RÜL) bleiben dagegen weitgehend konstant. Die Differenzen H_z-H_z(RÜL) zeigen über dem Rheingraben vor allem eine Phasenumkehr und eine kontinuierliche Phasenverschiebung entlang dem Profil nach Südosten.

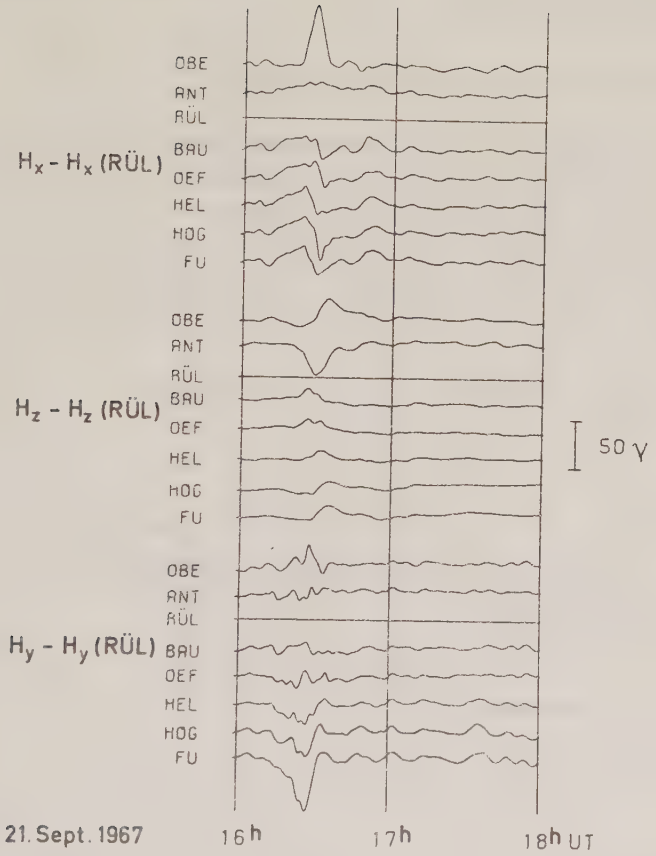

Abb. 5:

Differenzen zwischen den Variationen der einzelnen Stationen und der Bezugstation RÜL in Grabenmitte. In dieser Darstellung wird der Grabeneffekt als Anomalie der elektrischen Leitfähigkeit besonders durch die in der Vertikalkomponente sichtbare Phasenumkehr am Graben und durch systematische Phasenverschiebungen zum Profilende hin deutlich.

3. Numerisches Filtern

3.1. Numerisches Filtern von Baystörungen

Um aus den ausgewählten Baystörungen möglichst viel Information einem breiten Frequenzspektrum zuzuordnen, wurden die Komponenten der erdmagnetischen Variationen durch Anwendung des von KERTZ [1965] beschriebenen numerischen Filters zur weiteren Untersuchung vorbereitet. Die zu dem symmetrischen und daher phasentreuen Filter zugehörigen Filteroperatoren lauten:

$$W_k = \frac{2b_k}{n} \sum_{\mu=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} \cos \frac{2\pi\mu k}{n} V^{\mu} \quad . \tag{3.1}$$

Die Phasentreue des Filters wird durch die Annahme einer ungeraden Anzahl n der Punkte im Periodenintervall erreicht.

V ist ein Verschiebungsoperator, dessen Anwendung auf einen Teil der Zeitreihe

$$x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{j-1}, x_j, x_{j+1}, \ldots, x_m,$$

die folgende Wirkung haben soll:

$$V(x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{j-1}, x_j) = (x_{i+1}, \ldots, x_{j-1}, x_j, x_{j+1}). \tag{3.2}$$

V^{-1} ist der inverse Operator, der die Verschiebung wieder rückgängig macht. V^{μ} bzw. $V^{-\mu}$, $\mu \geq 0$, bedeutet dann die μ-fache Anwendung des Operators V bzw. V^{-1}. Für die Zählung der Teilwellen gilt

$$k = 0, 1, 2, \ldots, \frac{n-1}{2}$$

und für den Faktor

$$b_k = \begin{cases} \frac{1}{2} \text{ für } k = 0 \\ 1 \text{ für } k = 1, 2, \ldots, \frac{n-1}{2}, \text{ n ungerade.} \end{cases}$$

W_o ist das gleitende Mittel über n Punkte:

$$W_o = \frac{1}{n} \sum_{\mu=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} v^{\mu} \quad . \tag{3.3}$$

Die Filterdurchlaßfunktionen d(f) im Frequenzbereich f lauten:

$$d(f) = \frac{2b_k}{n} \left(1+2 \sum_{\mu=1}^{(n-1)/2} \cos \frac{2\pi\mu k}{n} \cos \frac{2\pi\mu f}{n}\right), \tag{3.4}$$

mit $k = 0, 1, 2, \ldots, \frac{n-1}{2}$.

Im Fall k = 0 schreibt sich die Durchlaßfunktion einfach:

$$d(f) = \frac{1}{n} \left(1+2 \sum_{\mu=1}^{(n-1)/2} \cos \frac{2\pi\mu f}{n}\right) .$$

Für die digitalisierten Komponenten H_x, H_y, H_z wurde eine Reihe von Filtersätzen bestimmt. Als Ausgangsintervall wurde bei m' abgelesenen Punkten eine tatsächliche Länge von $m = 4[\frac{m'-1}{4}] + 1$ Punkten gewählt, wobei [x] die größte ganze Zahl kleiner gleich x bedeutet. Zu jeder jeweils um die Länge von zwei Punkten verschiedenen Grundperiode, angefangen bei n = (m+1)/2 und aufgehört bei n = 3, wurden mit den zugehörigen Teilwellen zu jedem Effekt insgesamt (m-1)/4 Filtersätze bestimmt. Zu jedem Filtersatz sind zugehörige Filterduchlaßfunktionen definiert. Als Beispiel werden die nach (3.4) berechneten Durchlaßfunktionen mit n = 11 Punkten für das gleitende Mittel, die Grundperiode und die zweite Teilwelle in Abb.6 dargestellt. Eine Störung mit ungefähr 33 min Störungsdauer (11 x 3 min Digitalisierungsabstand) müßte demnach in der ersten Teilwelle gut wiedergegeben werden. Eine solche Störung[1)] mit den nach (3.1) berechneten Filter-

---

1) Die Störung stammt aus einer Untersuchung der Leinegrabenanomalie und wurde an der Station MKN aufgezeichnet [WINTER 1966].

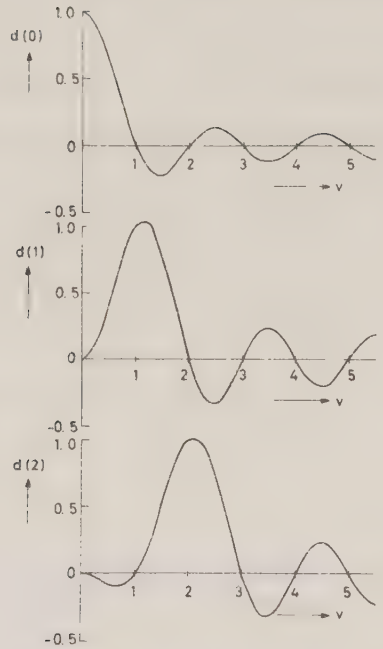

Abb.6:

Durchlaßfunktionen für eine Grundperiode von n = 11 Punkten.

kurven zeigt Abb.7. Hier ist der Störungsverlauf in den drei Komponenten gut durch W_1 wiedergegeben, während W_o den Trend und die Bezugslinie für die Teilwellen festlegt und W_2 einen nicht unerheblichen Rest mit kleinerer Periode (16.5 min) beisteuert. Da jeweils versucht wurde, die Periode mit den größten Amplituden in die erste Teilwelle zu legen, hatten die dritte und die folgenden Teilwellen nur noch geringe Amplituden, so daß sie zur weiteren Untersuchung nicht verwendet wurden.

Die so im Zeitbereich bestimmten Filterkurven haben den Vorteil, durch Abzug von W_o unabhängig von der Bestimmung einer

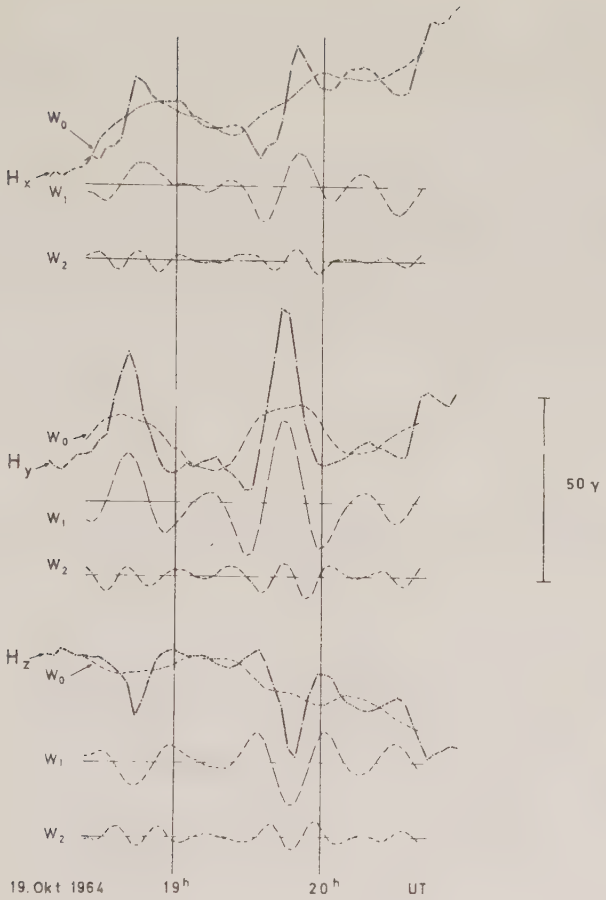

Abb.7:

Digitalisierte Baystörung in den drei Komponenten H_x, H_y und H_z. Dünn eingezeichnet sind die drei Teilwellen W_o, W_1 und W_2 für einen Filter mit n = 11 Punkten.

Basis (Bezugsniveau) zu sein und wohldefinierte Perioden aufzuweisen.

Für eine erste Auswertung der gefilterten Daten kann man die normierte Z-Amplitude

$$\sqrt{Z^2 / (X^2 + Y^2)} \qquad (3.5)$$

berechnen. Hierbei sind X, Y und Z die zum H_Z-Extremum abgelesenen Momentanwerte der drei Komponenten. Räumliche Unterschiede dieser Größe weisen auf Leitfähigkeitsanomalien hin, die Periodenabhängigkeit kann grobe Hinweise zur Eindringtiefe der betrachteten Felder liefern.

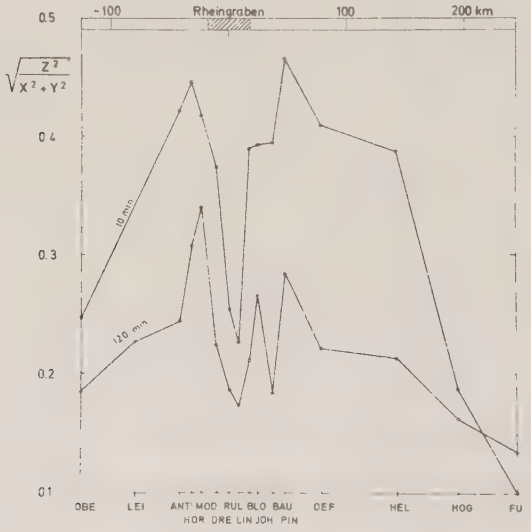

Abb.8:

Die aus gefilterten Baystörungen berechnete normierte Z-Amplitude $\sqrt{Z^2/(X^2 + Y^2)}$ für die Perioden T = 10 min und T = 120 min, aufgetragen über dem Rheingrabenprofil (s. auch Tabelle 2 im Anhang).

Abb.8 zeigt das Verhalten der nach (3.5) normierten Z-Amplituden für die kleinste und größte vorkommende Periode; in der Tabelle 2 im Anhang findet man hierzu sämtliche Zahlenwerte für insgesamt fünf Periodenbereiche. Man erkennt den Einfluß des Grabeneffektes durch große Werte an den Rändern und kleine Werte in Grabenmitte. Wie auch aus den Registrierbeispielen (Abb.2 und 3) ersichtlich ist, scheint die Anomalie für lange Perioden nicht mehr so wirksam zu sein wie für kurze, da die normierten Z-Amplituden im Gebiet des Rheingrabens mit zunehmender Periode abnehmen (s. auch Tabelle 2 im Anhang). Außerhalb des Einflußbereichs der Grabenanomalie scheinen sich weitere Leitfähigkeitsanomalien abzuzeichnen, deren Streichrichtung nicht mit der des Grabens übereinstimmen müssen.

3.2. Der lineare Zusammenhang zwischen den Komponenten des erdmagnetischen Variationsfeldes

Es ist oft nützlich, noch während einer laufenden Meßperiode die Daten nach einer einfachen, vorläufigen Methode auszuwerten. Die Ergebnisse dieser ersten Analyse können dann wertvolle Hinweise für eine günstige noch zu treffende Stationswahl im Gebiet der Anomalie liefern. Zum Schluß des vorangegangenen Abschnitts wurde eine solche Methode aufgezeigt, hier sollen mit einer weiteren Methode solche Größen ermittelt werden, die einen Vergleich mit Modellrechnungen zulassen.

Es sei die Existenz einer zweidimensionalen Leitfähigkeitsverteilung vorausgesetzt. Das induzierende äußere Magnetfeld sei von zeitlich harmonischem Verlauf und homogen in einem räumlichen Bereich, der groß ist gegenüber der Eindringtiefe. Unter diesen Annahmen werden die Komponenten in äußere (e=extern), innere (i=intern), normale (n) und anomale (a) Anteile zerlegt; insbesondere gilt unter der obigen Annahme eines quasihomogenen äußeren Feldes für die normalen Anteile:

$$H_{enx} = H_{inx} ,$$

$$H_{eny} = H_{iny} ,$$

$$H_{enz} = -H_{inz} ;$$

daraus folgt für die Komponenten:

$$H_x = H_{enx} + H_{inx} + H_{iax} = H_{ax} + H_{nx} ,$$

$$H_y = H_{eny} + H_{iny} + H_{iay} = H_{ay} + H_{ny} ,$$

$$H_z = H_{enz} + H_{inz} + H_{iaz} = H_{az} . \qquad (3.6)$$

Zur Vereinfachung soll die für die Anomalie wirksame horizontale Magnetfeldkomponente H_p betrachtet werden. Der Index p beschreibe hier die auf die Richtung senkrecht zum Streichen der Anomalie projizierte Horizontalkomponente. Diese Richtung schließe mit der Nordrichtung den Winkel ϑ ein. Man erhält aus (3.6):

$$H_p = H_{ap} + H_{np} ,$$

$$H_z = H_{az} . \qquad (3.7)$$

Die Leitfähigkeitsverteilung hat dann die Form

$$\sigma = \sigma_n(z) + \sigma_a(p,z) .$$

Aus der Linearität der den Induktionsvorgang beschreibenden elektromagnetischen Gleichung (für einen festen Ort und eine bestimmte Periode) kann man mit WIESE [1965] eine Proportionalität zwischen den Amplituden (Index o) des anomalen und normalen Feldes folgern:

$$H_{apo} \sim H_{npo}$$

$$H_{azo} \sim H_{npo} . \qquad (3.8)$$

Aus den Beziehungen (3.8) leitet WIESE [1965] zum Zeitpunkt $t_o = 0$ des Maximums der Vertikalkomponente H_z den linearen Zusammenhang

$$H_{zo} = A H_x + B H_y \qquad (3.9)$$

zwischen den Momentanwerten der Komponenten erdmagnetischer Variationen für einen bestimmten Ort und eine bestimmte Periode ab. Ein Zusammenhang zwischen den Koeffizienten A, B und den in Abschnitt 4.2. ermittelten Übertragungsfunktionen wird in Abschnitt 5.4. abgeleitet.

Für die Ausgleichung vieler Fälle zur Bestimmung der Koeffizienten A und B haben PARKINSON [1959,1962] und WIESE [1962, 1965] graphische Verfahren entwickelt. Der Mangel, den die Darstellung eines räumlichen Vorgangs in der Zeichenebene mit sich bringt, wird hier besonders an der in vielen Fällen unsicheren Bestimmung der Koeffizienten sichtbar. Die Verarbeitung umfangreichen Datenmaterials an Großrechenanlagen ermöglicht die wohl zuverlässigste Bestimmung von A und B auf folgende Weise: Die Wertetripel einer großen Anzahl von Störungen werden als räumliche Punktwolke aufgefaßt, zu der nach Gleichung (3.9) die beste Raumebene zu finden ist. Die Lösung dieser Aufgabe wird durch Ausgleichsrechnung mit der Methode der kleinsten Quadrate gewonnen [SCHMUCKER 1964, 1970a; HARDTWIG 1968; WINTER 1969].

Aus den in Abschnitt 3.1. gewonnenen Filterkurven lassen sich zum Zeitpunkt $t_o = 0$ des H_z-Maximums die Momentanwerte der drei Komponenten ablesen, die hier abgekürzt

$$H_x(\underline{r},0) = X$$

$$H_y(\underline{r},0) = Y$$

$$H_z(\underline{r},0) = Z \qquad (3.10)$$

geschrieben werden sollen. Es wurden sowohl Maxima wie Minima der H_z-Variationen verwertet, deren Amplituden größer als 0.5 γ waren. Das ergibt z.B. im Fall der gefilterten Bay vom 19. Oktober 1964 (Abb.7) 9 Wertetripel für T = 33 min und 13 Wertetripel für T = 16.5 min. Die erfaßten Wertetripel wurden in Periodenbereiche eingeteilt, diesen Periodenbereichen wurden mittlere Perioden T (gemessen in min), bzw. mittlere Frequenzen f (gemessen in cph = cycles per hour) zugeordnet:

Periodenbereich	T	f
8 - 12 min	10 min	6 cph
13 - 20 min	15 min	4 cph
21 - 35 min	30 min	2 cph
36 - 75 min	60 min	1 cph
76 - 185 min	120 min	0.5 cph .

Die Koeffizienten A und B wurden für jeden dieser Bereiche nach dem folgenden Verfahren gesondert bestimmt.

Für n Punkte $P_i(X_i,Y_i,Z_i)$ gelten mit (3.9) die Fehlergleichungen

$$v_i = - Z_i + A X_i + B Y_i \quad . \tag{3.11}$$

Man geht hier davon aus, daß die Quadrate der Abstände in Richtung der Vertikalkomponente minimiert werden:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i^2 = \text{Min!} \tag{3.12}$$

Schreibt man mit der GAUSSschen Abkürzung für Summen durch eckige Klammern

$$[vv] = Q(A,B) = [XX]A^2 + 2[XY]AB - 2[XZ]A + \\ + [YY]B^2 - 2[YZ]B + [ZZ] \quad , \tag{3.13}$$

so ist (3.12) mit den notwendigen Bedingungen

$$\frac{\partial Q}{\partial A} = Q_A = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial Q}{\partial B} = Q_B = 0 \tag{3.14}$$

erfüllt. Für das Eintreten eines Minimums ist es hinreichend, wenn an dieser Stelle zusätzlich die Ungleichung $Q_{AA}Q_{BB} - Q_{AB}^2 > 0$ besteht und Q_{AA} positiv ist. Diese Bedingungen sind jedoch stets wegen $Q_{AA}Q_{BB} - Q_{AB}^2 = [XX][YY] - [XY]^2 > 0$ auf Grund der SCHWARZschen Ungleichung und wegen $Q_{AA} = 2[XX] > 0$ erfüllt. Mit (3.13) und (3.14) erhält man zur Bestimmung von A und B das lineare Gleichungssystem:

$$[XX]A + [XY]B = [XZ] \quad , \\ [YX]A + [YY]B = [YZ] \quad . \tag{3.15}$$

Hieraus bestimmen sich eindeutig die gesuchten Koeffizienten zu

$$A = \frac{[XZ][YY] - [YZ][XY]}{[XX][YY] - [XY][YX]} ,$$

$$B = \frac{[YZ][XX] - [XZ][XY]}{[XX][YY] - [XY][YX]} . \qquad (3.16)$$

Die Zahlenwerte von A und B sind für jede Station und die fünf verschiedenen Periodengruppen im Anhang (Tabelle 2) angegeben.

Der mittlere Fehler von A bzw. B wird nach HARDTWIG [1968] mit

$$m_A = m \sqrt{\frac{[YY]}{Det}} , \qquad m_B = m \sqrt{\frac{[XX]}{Det}} \qquad (3.17)$$

bestimmt, wobei

$$Det = \begin{vmatrix} [XX] & [XY] \\ [YX] & [YY] \end{vmatrix} = [XX][YY] - [XY]^2$$

und m - in der Literatur als mittlerer Gewichtseinheitsfehler angegeben - sich näherungsweise bestimmt durch

$$m = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n-2}} . \qquad (3.18)$$

Die Anzahl der Freiheitsgrade bei zwei zu bestimmenden Unbekannten beträgt n-2. Befolgen die Fehler das GAUSSsche Verteilungsgesetz, so beträgt m unter Berücksichtigung seines mittleren Fehlers

$$m = \sqrt{\frac{[vv]}{n-2}} \left(1 \pm \sqrt{\frac{1}{2(n-2)}} \right) . \qquad (3.19)$$

Eine andere Art der Beurteilung der Streuung ergibt sich, wenn man nach dem nicht korrelierten Anteil

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{[vv]}{[zz]}} \qquad (3.20)$$

der H_z-Variationen fragt.

Mit (3.20) erhält man durch ε eine Größe, die angibt, wie groß derjenige prozentuale Anteil der Vertikalkomponente ist, der durch die lineare Beziehung (3.9) nicht erklärt wird. Setzt man die Lösung für A und B nach (3.15) in die Bestimmungsgleichung für [vv] (3.13) ein, so gewinnt man die einfache Beziehung:

$$[vv] = [ZZ] - A[XZ] - B[YZ] \; . \tag{3.21}$$

Dann folgt für ε aus (3.20) und (3.21):

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{A[XZ] + B[YZ]}{[ZZ]}} \; . \tag{3.22}$$

Der Radikand ist immer positiv, aber kleiner als eins. Der Ausdruck $(A[XZ] + B[YZ]) / [ZZ]$ ist aufzufassen als das Verhältnis der Quadratsummen der berechneten zu den gemessenen Amplituden der Vertikalkomponente. Für die Bestimmung von ε braucht die Anzahl der Freiheitsgrade nicht bekannt zu sein.

Geht man davon aus, daß sämtliche H_z-Variationen von den Horizontalkomponenten durch Induktion erzeugt werden, so ist der Ansatz (3.11) und damit die relativ einfache Berechnung der Koeffizienten A und B physikalisch gerechtfertigt. Allerdings enthält v_i auch die Fehler und Ungenauigkeiten, die bei der Messung und Auswertung in allen drei Komponenten auftreten. Es wurde darum versucht, die Ausgleichung zur Bestimmung der besten Ebene

$$AX + BY - Z = 0 \tag{3.23}$$

in der Weise auszuführen, daß die Quadratsummen der dazu senkrechten Abstände minimiert werden.

Von n Punkten $P_i(X_i, Y_i, Z_i)$ sind die senkrechten Abstände zur Ebene durch

$$d_i = \frac{AX_i + BY_i - Z_i}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}} \; , \qquad i = 1, 2, \ldots, n \tag{3.24}$$

gegeben. Die Lösung läßt sich nun nicht mehr geschlossen angeben und muß durch Iteration gefunden werden. Das Ergebnis

für ein typisches Beispiel läßt anhand der folgenden Tabelle den Vergleich mit der ersten Methode zu:

1. [vv] = Minimum

Periodenber.	[vv]	A	B	$\sqrt{A^2+B^2}$	ε
8 - 15 min	0.079	-0.505	0.058	0.508	0.229
16 - 27 min	0.234	-0.438	0.069	0.443	0.194
28 - 45 min	0.257	-0.339	0.058	0.343	0.149
46 - 75 min	0.568	-0.273	-0.001	0.273	0.170
76 - 105 min	0.317	-0.230	0.001	0.230	0.136

2. [dd] = Minimum

Periodenber.	[dd]	A	B	$\sqrt{A^2+B^2}$	ε
8 - 15 min	0.063	-0.512	0.061	0.515	0.229
16 - 27 min	0.195	-0.441	0.068	0.447	0.194
28 - 45 min	0.230	-0.340	0.057	0.345	0.149
46 - 75 min	0.529	-0.274	-0.001	0.274	0.170
75 - 105 min	0.301	-0.231	0.001	0.231	0.136

Mit (3.11) und (3.24) läßt sich ein Zusammenhang zwischen [dd] und [vv] herstellen:

$$[dd] = \frac{[vv]}{A^2 + B^2 + 1} \quad . \tag{3.25}$$

Dieser Zusammenhang gilt für jede beliebige Ebene durch den Ursprung. Ist ψ der Winkel, den ihre Normale mit der Z-Achse bildet, so ist

$$d_i = v_i \cos\psi \tag{3.26}$$

und deshalb

$$[dd] = [vv]\cos^2\psi \quad . \tag{3.27}$$

Mit der Schreibweise [vv] = Q(A,B), [dd] = P(A,B) gilt daher

$$P = Q \cos^2\psi \quad \text{oder}$$

$$P = \frac{Q}{1 + \tan^2 \psi} \quad . \tag{3.29}$$

Aus (3.25) und (3.29) folgt

$$A^2 + B^2 = \tan^2 \psi \quad . \tag{3.30}$$

Es seien insbesondere $\psi = \psi_P$ und $\psi = \psi_Q$ die Winkel, für die P und Q ihre Minima $P(\psi_P)$ bzw. $Q(\psi_Q)$ annehmen. Dann folgt aus (3.28)

$$P(\psi_P) = Q(\psi_P) \cos^2 \psi_P \leq P(\psi_Q) = Q(\psi_Q) \cos^2 \psi_Q \, , \tag{3.31}$$

oder nach Division durch $Q(\psi_P)$

$$\cos^2 \psi_P \leq \frac{Q(\psi_Q)}{Q(\psi_P)} \cos^2 \psi_Q \leq \cos^2 \psi_Q \, ,$$

d.h. $\psi_P \geq \psi_Q$, da $0 \leq \psi \leq \pi/2$.

Das bedeutet aber mit (3.30), daß $A^2 + B^2$ oder auch $\sqrt{A^2 + B^2}$ mit [dd] = Min nie kleinere Werte annimmt als für [vv] = Min, was auch im Beispiel aus o.a. Tabelle ersichtlich ist. Eine kurze Diskussion dieser Ergebnisse in Verbindung mit dem geomagnetischen Induktionspfeil schließt sich im nächsten Abschnitt an.

3.3. Der geomagnetische Induktionspfeil

Den nach (3.16) ermittelten Koeffizienten A und B ordnet WIESE [1965] mit

$$\tan \vartheta = \frac{B}{A} \tag{3.32}$$

eine Richtung und mit

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \tag{3.33}$$

eine Länge zu und charakterisiert mit diesen beiden Angaben den geomagnetischen Induktionspfeil. Durch (3.22) ist der

mit Z nicht korrelierte Anteil bestimmbar und durch

$$\rho = \varepsilon \cdot C \tag{3.34}$$

eine Größe, die die relative Amplitude des nicht korrelierten Anteils der H_z-Variationen bzw. einen Radius für den Vertrauenskreis des Induktionspfeils angibt.

Die Darstellung der Ebene in Polarkoordinaten führt auf einen interessanten Zusammenhang. Sei ψ die Poldistanz und χ das Azimut, so lassen sich die Richtungskosinus des Normalenvektors der Ebenengleichung

$$\frac{A X_i + B Y_i - Z_i}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}} = 0$$

durch

$$\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}} = \sin\psi \cos\chi$$

$$\frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}} = \sin\psi \sin\chi \tag{3.35}$$

$$\frac{-1}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}} = \cos\chi$$

ausdrücken. Hieraus folgen die Beziehungen:

$$A = \tan\psi \cos\chi$$

$$B = \tan\psi \sin\chi$$

$$\tan\vartheta = \tan\chi$$

$$C = \tan\psi \quad . \tag{3.36}$$

Die letzte Beziehung stellt einen Zusammenhang zwischen der Neigung der durch (3.9) definierten Ebene und der Länge C des Induktionspfeils dar. Je größer das H_z/H_p-Verhältnis, desto größer der Winkel, den die "beste" Ebene mit der Horizontalebene einschließt. Da die Länge C des Induktionspfeils erfahrungsgemäß selten Werte größer 1.0 annimmt,

bleibt der Neigungswinkel ψ meist unter 45°. Aus diesem Grund sind die Ergebnisse der beiden im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Minimierungsverfahren nur geringfügig verschieden und es ist daher von nicht allzu großer Bedeutung, welchem Verfahren der Vorzug gegeben wird.

Die Induktionspfeile in dieser Arbeit wurden mit $[vv] = \text{Min}$ berechnet. Ihre nach (3.16) bestimmten Koeffizienten A, B und die nach (3.22) und (3.34) ermittelten Fehlergrößen ε und ρ sind für alle Stationen und fünf Periodengruppen im Anhang (Tabelle 2) tabelliert.

Bei der Interpretation von Leitfähigkeitsanomalien aus dem Verhalten von Induktionspfeilen muß man größte Vorsicht walten lassen, da die idealen Voraussetzungen im allgemeinen nicht gegeben sind. Bei langgestreckten zweidimensionalen Leitfähigkeitsstrukturen sollte der Induktionspfeil senkrecht darauf stehen; er liefert somit im wesentlichen Aussagen über die Streichrichtung einer Anomalie. Das Verhalten des Induktionspfeils an theoretischen Modellen wurde von SIEBERT [1965] für den Fall eines geneigten Dipols und von MEYER [1968] am Zylinder- und Kugelmodell aufgezeigt.

Am Beispiel der Norddeutschen Leitfähigkeitsanomalie erkennt man, daß die Induktionspfeile südlich der EW-Streichrichtung im allgemeinen von ihr weg zeigen, d.h. nach Süden. Auf der nördlichen Seite der Anomalie haben fast alle Pfeile eine positive nördliche Komponente [WIESE 1965, JANKOWSKI 1965, HESSE 1967, STEVELING 1971]. Eine Zusammenstellung der bisher ermittelten Induktionspfeile für die Norddeutsche Leitfähigkeitsanomalie gibt UNTIEDT [1970]. Aber nicht immer zeigen die Induktionspfeile - wie in diesem Beispiel - von der Streichrichtung der Anomalie weg.

Im Fall des Nord-Süd streichenden Leinegrabens bei Göttingen erhält man für Variationen Induktionspfeile, die an allen vorhandenen Stationen auch hier eine positive südliche Komponente haben. Die elektrisch gut leitenden Sedimente des Grabens rufen lediglich eine Abweichung von der Südkom-

ponente hervor: westlich der Anomalie eine Abweichung nach Westen, östlich davon eine Abweichung nach Osten [WINTER 1966]. Da sich der Leinegraben noch im Einflußbereich der Norddeutschen Leitfähigkeitsanomalie befindet, kann als mögliche Ursache für dies Verhalten die Überlagerung zweier Anomalien angenommen werden. Mit den in Abschnitt 4.2. berechneten "komplexen Induktionspfeilen" zeigt SIEBERT [1971] einen Weg zur Interpretation bei schmalen, langgestreckten orthogonalen Leitfähigkeitsanomalien.

Die in den Abb.9 und 10 dargestellten geomagnetischen Induktionspfeile zeigen auf dem Rheingrabenprofil ein ähnliches

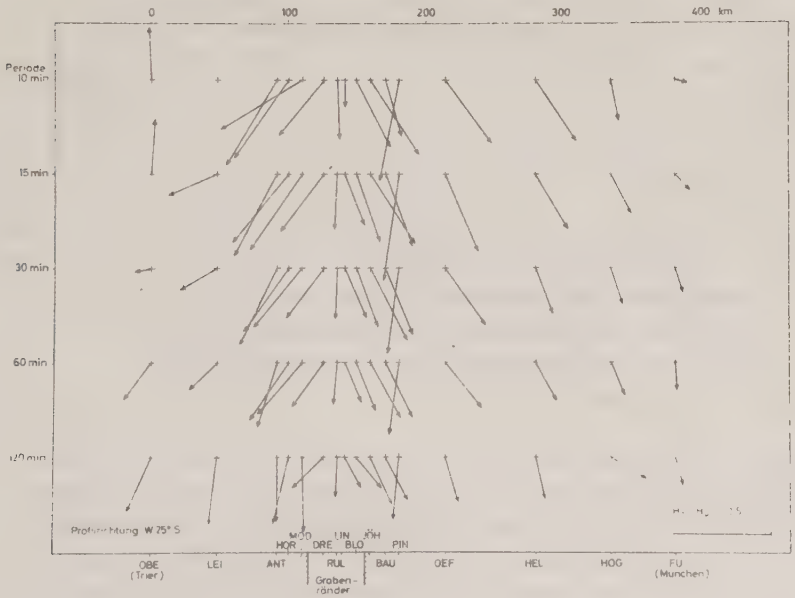

Abb.9:

Geomagnetische Induktionspfeile für fünf Periodengruppen von 10 bis 120 min, dargestellt über dem Rheingrabenprofil und berechnet aus gefilterten Baystörungen mit der Methode der kleinsten Quadrate (s. auch Tabelle 2 im Anhang).

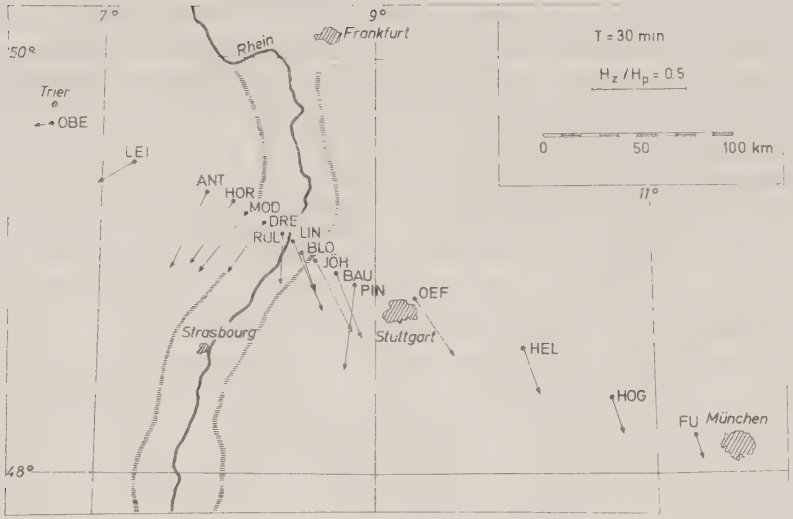

Abb. 10:

Geomagnetische Induktionspfeile für 30 min Periodendauer. Zu der vorherrschenden Südkomponente tritt eine Auffächerung hinzu, die die Grabenanomalie kennzeichnet.

Verhalten wie im Gebiet des Leinegrabens: Von der vorherrschenden positiven Südkomponente weichen die Pfeile ab Grabenmitte jeweils nach Westen und nach Osten ab. Die Länge der Pfeile ist im Gebiet der Sedimentfüllung des Grabens kürzer als an den Grabenrändern und nimmt von langen zu kurzen Perioden zu, was auf eine oberflächennahe Anomalie hinweisen könnte. Beachtenswert ist das systematische Verhalten der Pfeile in Länge und Richtung am südöstlichen Profilabschnitt. Die an den Stationen OBE und PIN ermittelten Pfeile lassen zusätzliche lokale Leitfähigkeitsanomalien vermuten. Das größte $H_z(0)/H_p(0)$-Verhältnis mit Werten über 0.55 wird an der Station PIN für Perioden von 15 min berech-

net. Es liegt nahe, auch hier zur Deutung die Überlagerung zweier Anomalien heranzuziehen. Als Erklärung der vorherrschenden Südkomponente im süddeutschen Raum vermutet BERKTOLD [1969] das zusätzliche Vorhandensein einer großräumigen Leitfähigkeitsanomalie in einem Gebiet etwa längs des 50. Breitengrades. Andere Überlegungen gehen dahin, die Ursache für die in größerer Entfernung südlich der Norddeutschen Leitfähigkeitsanomalie in Mitteleuropa fast überall vorhandene Südkomponente in einem inhomogenen äußeren Feld zu suchen. Hierbei wird angenommen, daß zu dem quasihomogenen Rückstromfeld des Baystromsystems ein nicht zu vernachlässigender Anteil des Feldes des Polarlichtzonenstroms für Induktionsvorgänge bis in den Alpenraum hinzukommt. Das nach Norden hin zunehmende Rückstromfeld läßt auf ein positives H_z/H_x-Verhältnis schließen, beobachtet wird jedoch im betrachteten Untersuchungsgebiet ein zur Nordkomponente umgekehrtes Vorzeichen der Vertikalkomponente. Eine mögliche Deutung wäre im stark inhomogenen Feld des westwärts gerichteten Polarlichtzonenstroms zu finden. Eine endgültige Klärung bedarf eingehender Untersuchungen: sei es zur Aufdeckung einer großräumigen Leitfähigkeitsanomalie oder zur Beschreibung von Eigenschaft und Herkunft der äußeren Feldanteile, die am Induktionsvorgang teilnehmen.

4. Harmonische Analyse

4.1. Transformation der Zeitreihen in den Frequenzbereich

Während zur Bestimmung der Induktionspfeil-Komponenten gefilterte Baystörungen verwendet wurden, sollen zur Berechnung des phasengleichen und phasenverschobenen Anteils der Übertragungsfunktionen die digitalisierten Baystörungen harmonisch analysiert werden. Für die Zeitfunktion H(t) wurde die Länge des Analysenintervalls $T_o = 2\pi / \omega_o$ so gewählt, daß die ersten Harmonischen die größten Amplituden zeigen (H soll hier für eine der Komponenten H_x, H_y, H_z stehen). Der Digitalisierungsabstand betrug drei Minuten.

Mit der Methode der harmonischen Analyse [BARTELS 1959] wurde H(t) durch eine Summe von Sinus- und Kosinusfunktionen (Fouriersumme) dargestellt:

$$H(t) = a_o + \sum_{k=1}^{[(n-1)/2]} (a_k \cos k\omega_o t + b_k \sin k\omega_o t) \quad . \qquad (4.1)$$

Ist die Anzahl n der abgelesenen Punkte eines Zeitintervalls gerade, so muß zu (4.1) der Term

$$a_{n/2} \cos \frac{n}{2} \omega_o t \qquad (4.2)$$

hinzugefügt werden.

Einen Eindruck von der Abnahme der Amplituden $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ mit zunehmender Frequenz f soll Abb.11 vermitteln. Die hier als Beispiel für Göttingen berechneten Amplituden für zwei besonders starke Baystörungen mit den Grundperioden T_1 = 200 min, bzw. 160 min zeigen größte Werte in der Ostkomponente H_y und kleinste in der Vertikalkomponente H_z. Man erkennt die Grenze des Auflösungsvermögen für Variographen etwa bei Frequenzen von 8 cph, wo die Amplituden hier gerade 1 γ erreichen. Amplituden und Phasen der Komponenten H_x, H_y und H_z - bezogen auf den Zeitpunkt des H_z-Maximums - wurden für jede der in Abschnitt 3.2. eingeführten Frequenzgruppen

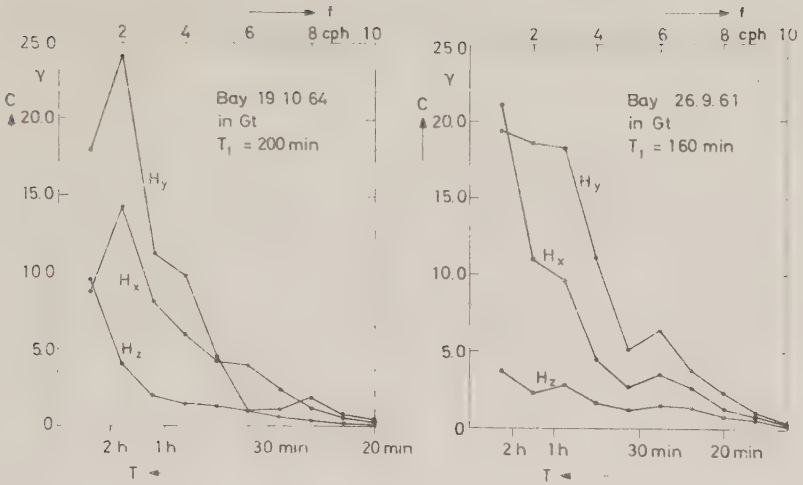

Abb.11:

Amplituden c der Harmonischen von zwei besonders starken Baystörungen für Göttingen in Abhängigkeit von der Frequenz f bzw. der Periode T.

den nach (4.1) bestimmten harmonischen Koeffizienten zugeordnet:

$$H_{xo}\cos\xi = H_{xu} = a_x \ ,$$

$$H_{yo}\cos\eta = H_{yu} = a_y \ ,$$

$$H_{zo}\cos\zeta = H_{zu} = a_z \qquad (4.3)$$

sind die phasengleichen Anteile und

$$H_{xo}\sin\xi = H_{xv} = -\,b_x \ ,$$

$$H_{yo}\sin\eta = H_{yv} = -\,b_y \ ,$$

$$H_{zo}\sin\zeta = H_{zv} = -\,b_z \qquad (4.4)$$

die phasenverschobenen Anteile der Komponenten. Dann lassen sich die mit der Kreisfrequenz ω harmonisch auftretenden Komponenten in komplexer Weise darstellen:

$$H_x(\underline{r},t) = \mathrm{Re}\,[H_x(\underline{r},\omega)e^{i\omega t}] \quad ,$$

$$H_y(\underline{r},t) = \mathrm{Re}\,[H_y(\underline{r},\omega)e^{i\omega t}] \quad ,$$

$$H_z(\underline{r},t) = \mathrm{Re}\,[H_z(\underline{r},\omega)e^{i\omega t}] \quad . \qquad (4.5)$$

Hierbei sind

$$H_x(\underline{r},\omega) = H_{xu} + i\,H_{xv} = H_{xo}e^{i\xi} \quad ,$$

$$H_y(\underline{r},\omega) = H_{yu} + i\,H_{yv} = H_{yo}e^{i\eta} \quad ,$$

$$H_z(\underline{r},\omega) = H_{zu} + i\,H_{zv} = H_{zo}e^{i\zeta} \qquad (4.6)$$

die in den Frequenzbereich transformierten komplexen Amplituden. Aus Gründen der Einfachheit werden hier und im folgenden für die komplexen Amplituden im Frequenzbereich die gleichen Symbole (H_x, H_y, H_z) wie für die reellen Funktionen im Zeitbereich verwendet.

4.2. Lösung der Ausgleichsaufgabe zur Bestimmung der Übertragungsfunktionen

In Analogie zu der in Abschnitt 3.2. hergeleiteten Beziehung zwischen den reellen Koeffizienten und den reellen Momentanwerten der linearen Beziehung (3.9) definiert SCHMUCKER [1970a,1972] die komplexen Übertragungsfunktionen durch einen allgemeinen linearen Zusammenhang zwischen den komplexen Amplituden (4.6) des anomal induzierten Anteils und des normalen (induzierenden und induzierten) Anteils des Störungsfeldes:

$$H_{az}(\underline{r},\omega) = W_x(\underline{r},\omega)H_{nx}(\underline{r},\omega) + W_y(\underline{r},\omega)H_{ny}(\underline{r},\omega) \quad . \qquad (4.7a)$$

Da über die Größe und räumliche Änderung des normalen An-

teils der Horizontalkomponenten nichts bekannt ist, werden zunächst die Übertragungskoeffizienten W'_x und W'_y zwischen den aufgezeichneten Komponenten berechnet:

$$H_z(\underline{r}, \omega) = W'_x H_x(\underline{r}, \omega) + W'_y H_y(\underline{r}, \omega) , \qquad (4.7b)$$

wobei vorausgesetzt wird, daß das anomal induzierte gleich dem registrierten Vertikalfeld ist. Die Elimination des anomalen Horizontalfeldes erfolgt nachträglich und wird in Abschnitt 5.2. beschrieben.

Die praktische Berechnung der Übertragungskoeffizienten [WINTER 1971] erfolgt auf die gleiche - in Abschnitt 3.2. beschriebenen - Weise. Für mehr als zwei Harmonische eines Frequenzintervalls werden die Summen der Abweichquadrate

$$[\delta H_z \, \delta H_z^*] = [(H_z - W'_x H_x - W'_y H_y)(H_z^* - W'^*_x H_x^* - W'^*_y H_y^*)]$$

$$= Q(W'_x, W'^*_x, W'_y, W'^*_y) \qquad (4.8)$$

minimiert. Das Zeichen * bezeichnet die jeweils zugehörige konjugiert komplexe Größe. Die Funktion ist primär abhängig von vier Veränderlichen, die durch die Real- und Imaginärteile von W'_x und W'_y dargestellt werden. Durch entsprechende Zusammenfassung beim Aufstellen der Extremalbedingungen läßt sich zeigen, daß als notwendige Bedingung

$$\frac{\partial Q}{\partial W'^*_x} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial Q}{\partial W'^*_y} = 0 \qquad (4.9)$$

erfüllt sein muß. Hinreichend für die Existenz eines Minimums sind die beiden zusätzlichen Bedingungen

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial W'_x \partial W'^*_x} \cdot \frac{\partial^2 Q}{\partial W'_y \partial W'^*_y} - \frac{\partial^2 Q}{\partial W'_x \partial W'^*_y} \cdot \frac{\partial^2 Q}{\partial W'^*_x \partial W'_y} > 0 , \qquad (4.10a)$$

und

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial W'_x \partial W'^*_x} > 0 , \qquad (4.10b)$$

die wegen

$$[H_x H_x^*][H_y H_y^*] - [H_x H_y^*][H_x^* H_y] > 0$$

(SCHWARZsche Ungleichung) und

$$[H_x H_x^*] > 0$$

stets erfüllt sind.

Man erhält mit (4.8) und 4.9) ein System von zwei linearen Gleichungen für W'_x und W'_y:

$$W'_x [H_x H_x^*] + W'_y [H_y H_x^*] = [H_z H_x^*] ,$$

$$W'_x [H_x H_y^*] + W'_y [H_y H_y^*] = [H_z H_y^*] \qquad (4.11)$$

mit der Lösung:

$$W'_x = \frac{[H_z H_x^*][H_y H_y^*] - [H_z H_y^*][H_y H_x^*]}{[H_x H_x^*][H_y H_y^*] - [H_x H_y^*][H_y H_x^*]} ,$$

$$W'_y = \frac{[H_z H_y^*][H_x H_x^*] - [H_z H_x^*][H_x H_y^*]}{[H_x H_x^*][H_y H_y^*] - [H_x H_y^*][H_y H_x^*]} . \qquad (4.12)$$

Der nichtkorrelierte Anteil von H_z, in dem auch sämtliche Fehler enthalten sind, läßt sich ausdrücken durch

$$\varepsilon_w = \sqrt{1 - \frac{W'_x[H_x H_z^*] + W'_y[H_y H_z^*]}{[H_z H_z^*]}} . \qquad (4.13)$$

Spaltet man die Übertragungskoeffizienten in Real- und Imaginärteil auf:

$$W'_x = W'_{xu} + i\, W'_{xv} ,$$

$$W'_y = W'_{yu} + i\, W'_{yv} , \qquad (4.14)$$

so läßt sich zur graphischen Darstellung ein 0°-Pfeil und ein 90°-Pfeil mit jeweils angegebener Länge und Richtung bestimmen:

$$c_u = \sqrt{W'^2_{xu} + W'^2_{yu}} \quad , \quad \tan \vartheta_u = \frac{W'_{yu}}{W'_{xu}} \quad , \tag{4.15}$$

$$c_v = \sqrt{W'^2_{xv} + W'^2_{yv}} \quad , \quad \tan \vartheta_v = \frac{W'_{yv}}{W'_{xv}} \quad . \tag{4.16}$$

Mit

$$\rho_w = \varepsilon_w \sqrt{c_u^2 + c_v^2} \tag{4.17}$$

läßt sich der Radius eines Vertrauenskreises berechnen, der jedoch für Real- und Imaginärteil beider Koeffizienten gleichermaßen gilt und somit keine Fehleraussagen über die einzelnen Anteile zuläßt.

In Abb.12 wurden 0^o- und 90^o-Pfeile für fünf Frequenzgruppen über dem Profil dargestellt. Dazu zeigt Abb.13 die Lage der für eine mittlere Frequenz von f = 2 cph (T = 30 min) bestimmten Koeffizienten in einer geographischen Karte. In Übereinstimmung mit dem geomagnetischen Induktionspfeil wird der Winkel ϑ_u bzw. ϑ_v unter Berücksichtigung der Deklination von geographisch Nord über Ost aufgetragen. Im Fall einer streng zweidimensionalen Leitfähigkeitsanomalie stimmt die Richtung von 0^o- und 90^o-Pfeil mit der des geomagnetischen Induktionspfeils überein und zeigt von Gebieten hoher Leitfähigkeit weg und zu solchen niedriger Leitfähigkeit hin.

Der überwiegende Teil der in den Abb.12 und 13 dargestellten Pfeile hat - wie die geomagnetischen Induktionspfeile in den Abb.9 und 10 - eine starke Südkomponente. Mögliche Ursachen hierfür wurden schon in Abschnitt 3.3. erwähnt. Abweichungen von dieser Lage geben den anomalen inneren Anteil insbesondere der H_z-Variationen wieder, der auf den Oberrheingraben als Leitfähigkeitsanomalie zurückzuführen ist. Im Gebiet der elektrisch gut leitenden Grabenfüllung ist die Länge der Pfeile durchweg kürzer als an den Grabenrändern und nimmt auch hier wie in Abb.9 von langen zu kurzen Frequenzen ab. Die 0^o- und 90^o-Pfeile können spitze und

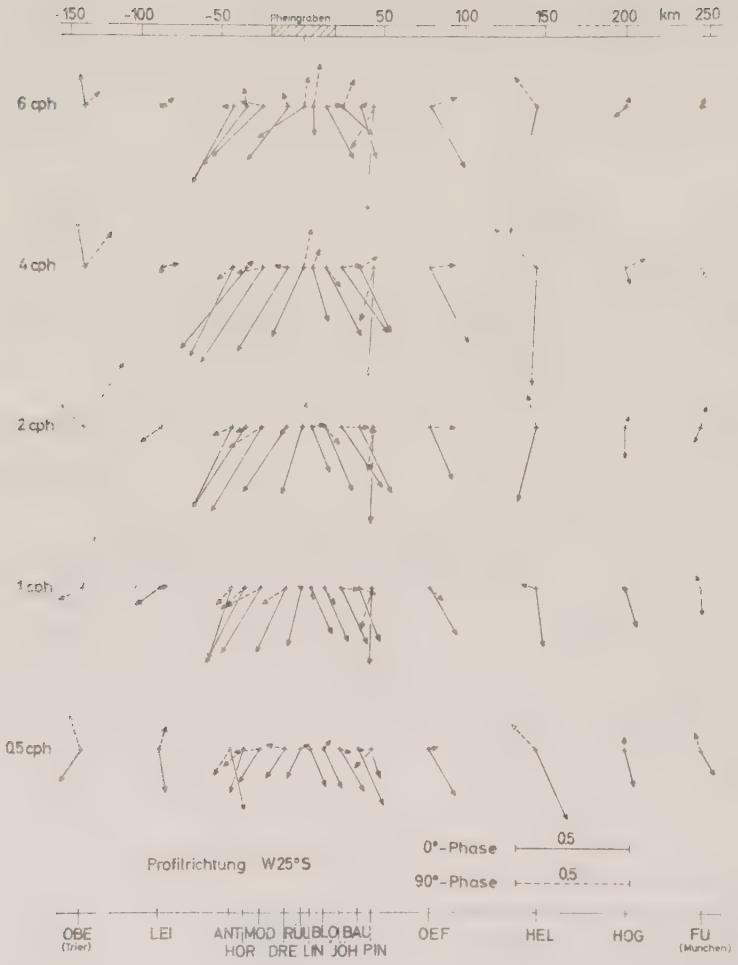

Abb. 12:

Graphische Darstellung der komplexen Übertragungskoeffizienten durch 0°- und 90°-Pfeile.

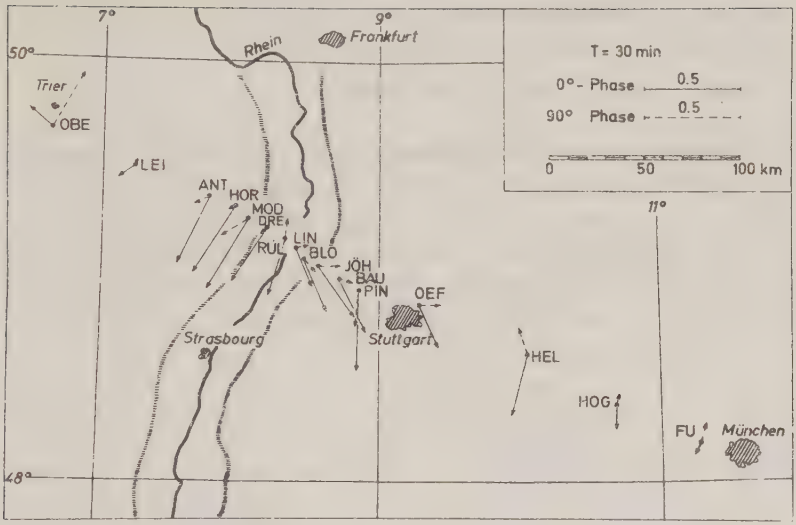

Abb.13:

Graphische Darstellung der komplexen Übertragungskoeffizienten durch einen phasengleichen und einen phasenverschobenen Pfeil für 16 Stationen auf einem Profil quer zum Oberrheingraben und für eine mittlere Periode von T=30 min.

stumpfe Winkel einschließen: während die meisten im Grabeneinflußgebiet berechneten Pfeile näherungsweise in die gleiche Richtung weisen, zeigt die Mehrzahl der am westlichen und östlichen Profilende berechneten Pfeile in entgegengesetzte Richtungen, was auch vorwiegend bei der Norddeutschen Leitfähigkeitsanomalie aufzutreten scheint [STEVELING 1971]. Es wäre lohnenswert, den Zusammenhang zwischen diesem Sachverhalt und den jeweils bestangepaßten Modellen für eine größere Anzahl verschiedener Anomalien zu untersuchen.

5. Übertragungsfunktionen

5.1. Rotation des Koordinatensystems

Man betrachtet die vorliegende Anomalie als zweidimensionale Leitfähigkeitsstruktur, deren Vorzugsrichtung mit dem Winkel α gegen magnetisch Nord, positiv von Nord über Ost zählend, streicht. Eine Aufteilung des Horizontalfeldes parallel (q) und senkrecht (p) zur Streichrichtung wird durch folgende Drehung des Koordinatensystems erreicht:

$$H_q = H_x \cos\alpha + H_y \sin\alpha \quad ,$$

$$H_p = H_y \cos\alpha - H_x \sin\alpha \quad . \qquad (5.1)$$

Ebenso transformieren sich die Übertragungskoeffizienten:

$$W'_q = W'_x \cos\alpha + W'_y \sin\alpha \quad ,$$

$$W'_p = W'_y \cos\alpha - W'_x \sin\alpha \quad . \qquad (5.2)$$

Die Forderung, im zweidimensionalen Fall für W'_q geringe, für W'_p starke räumliche Änderung über dem Profil zu erreichen, führt zu keiner eindeutigen Richtung und für einige Frequenzen zu unrealistischen Drehwinkeln von etwa 345^0. Die Ursache liegt wahrscheinlich in dem Einfluß des überwiegenden großräumigen Anteils und seiner starken unsystematischen Streuung über dem Profil (s. W'_q in Tabelle 3 im Anhang), verbunden mit der Tatsache, daß eine Trennung des ortsabhängigen Anteils der Variationen in seinen inhomogenen äußeren und seinen anomalen inneren Anteil erforderlich wird. Im folgenden wird davon ausgegangen, daß der äußere inhomogene Anteil der wirksamen horizontalen Magnetfeldkomponente senkrecht zum Streichen der Grabenanomalie nur einen kleinen räumlichen Gradienten hat, der besonders dann vernachlässigt werden kann, wenn durch entsprechende Auswahl der Baystörungen alle Polarisationsrichtungen gleich häufig vorkommen.

Trägt man Amplitude und Phase von W'_p als Funktion der vorkommenden Frequenzen 0.5, 1, 2, 4 und 6 cph für die Graben-

randstationen (MOD und JÖH) - wo W_p' ein Extremum hat - auf und läßt als Kurvenparameter den Rotationswinkel α die Werte -5^o, 0^o, 5^o, 10^o und 15^o annehmen, so erhält man Abb.14.

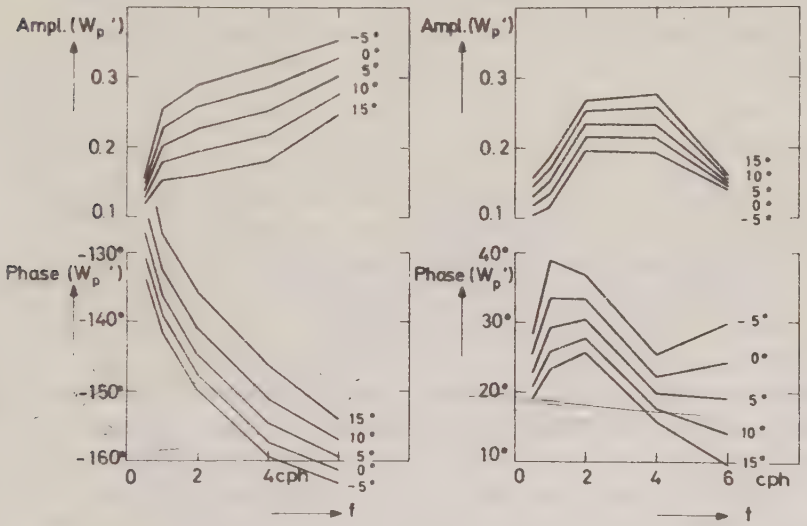

Abb.14:

Amplitude und Phase des Übertragungskoeffizienten W_p' für den westlichen (Darstellung links) bzw. östlichen Grabenrand in Abhängigkeit von der Frequenz und dem Drehwinkel als Kurvenparameter. Räumliche Symmetrie bei einer mittleren Frequenz von 2 cph erhält man für einen Rotationswinkel von $\alpha = 5^o$.

Man erkennt zunächst, daß die Änderungen sowohl der Amplituden als auch der Phasen von W_p' mit der Frequenz an den beiden Randstationen nicht gleichartig verlaufen, was auf eine zur Grabenmitte asymmetrische Frequenzabhängigkeit des anomalen Anteils von H_z hinweist. Versucht man für die mittlere Frequenz von 2 cph eine Symmetrie herzustellen, so erhält man diese für die Amplituden wie auch für die Phasen bei ei-

nem Rotationswinkel von etwa 5°. Diese Richtung stimmt ungefähr mit der Richtung überein, die durch die Randverwerfungen und Sedimentgrenzen des Oberrheingrabens in seiner gesamten Länge angedeutet wird. Da die Drehung um $\alpha = 5^{\circ}$ die tatsächliche Profilrichtung mit $\alpha' = 25^{\circ}$ (Abb.1) nicht erreicht, sind die Stationsabstände von Grabenmitte durch die Projektionen auf das neue Profil um den Faktor

$$\cos(\alpha' - \alpha) = 0.94 \qquad (5.3)$$

verkürzt.

In der Tabelle 3 im Anhang findet man die mit der Koordinatentransformation (5.2) unter Berücksichtigung von (5.3) für $\alpha = 5^{\circ}$ berechneten Übertragungsfunktionen W'_q und W'_p für fünf Frequenzgruppen angegeben. Ebenso enthält Tabelle 3 den nach (4.13) bestimmten Fehlerparameter ε_w und den nach (4.17) berechneten Radius ρ_w für den Vertrauenskreis des nicht korrelierten Anteils in H_z. Eine graphische Darstellung des Real- und Imaginärteils von W'_p für alle Stationen zeigt Abb.15. Man erkennt die erwartete räumliche Änderung des anomalen Anteils der durch den Oberrheingraben induzierten H_z-Variationen, bezogen auf das lokale (beobachtete) Horizontalfeld. Das Minimum am westlichen und das Maximum am östlichen Grabenrand tritt in beiden Teilen (Real- und Imaginärteil) auf, eine starke Periodenabhängigkeit ist im Realteil, besonders am westlichen Grabenrand zu verzeichnen. In einer Entfernung von mehr als 50 km von Grabenmitte scheinen sich neue Anomalien abzuzeichnen, für deren Festlegung der Stationsabstand jedoch zu groß und deren Streichrichtung insbesondere mit der Grabenrichtung nicht übereinstimmen muß.

Der Übertragungskoeffizient W'_q zeigt für alle Frequenzen unsystematische Streuungen über dem Profil (s. Tabelle 3 im Anhang). Sein Realteil $\mathrm{Re}(W'_q)$ nimmt im Verhältnis zu $\mathrm{Re}(W'_p)$ große negative Werte an, sein Imaginärteil $\mathrm{Im}(W'_q)$ schwankt um Null, wodurch auch der Phasenwinkel $\arctan(\mathrm{Im}(W'_q)/\mathrm{Re}(W'_q))$ nur kleine Werte annimmt. Im folgenden bleibt das bisher ungeklärte Verhalten des Übertragungskoeffizienten W'_q unbe-

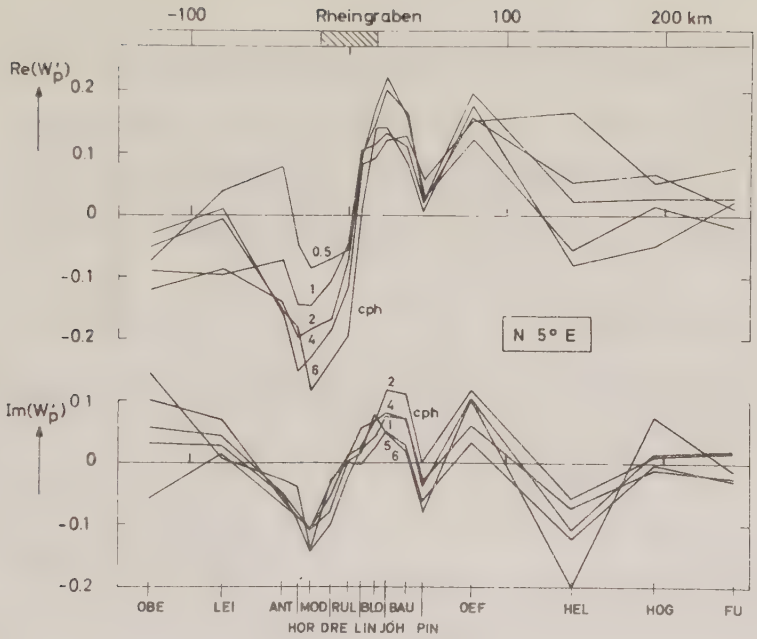

Abb.15:

Real- und Imaginärteil des Übertragungskoeffizienten W'_p zwischen dem anomal induzierten Vertikalfeld H_{az} und dem auf der Grabenrichtung von $\alpha = 5^o$ senkrecht stehenden lokalen Horizontalfeld $H_{ap}+H_{np}$. Die räumliche Änderung ist für 5 Frequenzen dargestellt und zeigt u.a. durch deutliche Extrema den Einfluß der Grabenanomalie (s. auch Tabelle 3 im Anhang).

rücksichtigt, d.h. zur Beschreibung der Grabenanomalie wird ausschließlich der Koeffizient W'_p herangezogen.

5.2. Elimination des anomalen Horizontalfeldes

Wie in Abschnitt 4.2. angegeben, soll zur endgültigen Datenreduktion, insbesondere aber für die Anwendung des Inversionsverfahrens (Abschnitt 6.3) die Übertragungsfunktion zwischen dem anomal induzierten und dem normalen Anteil des Störungsfeldes bestimmt werden:

$$W_p = \frac{H_{az}}{H_{np}} \quad . \tag{5.4}$$

Der Übertragungskoeffizient W_p enthält jedoch noch den anomalen Anteil des Horizontalfeldes:

$$W'_p = \frac{H_{az}}{H_{ap} + H_{np}} \quad , \tag{5.5}$$

dieser läßt sich mit Hilfe einer Faltung durch das bekannte anomale Vertikalfeld ausdrücken.

Allgemein ist die Faltung einer Funktion $f(y)$ mit dem Faltungskern $F(y)$ definiert durch

$$g(y) = F * f$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} F(y - \eta)\, f(\eta)\, d\eta \quad . \tag{5.6}$$

Es sei y die Ortskoordinate senkrecht zur Streichrichtung. Die Transformation, die aus dem Vertikalfeld eines zweidimensionalen Magnetfeldes, dessen Quellen im Erdinnern liegen, die zugehörige Horizontalkomponente liefert, ist gegeben durch

$$H_{ap} = - K * H_{az} \quad , \tag{5.7}$$

wobei $K = 1/(\pi y)$ ist [KERTZ 1954; SIEBERT und KERTZ 1957]. Diese spezielle Faltung

$$K * f = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\eta)}{y - \eta}\, d\eta \tag{5.8}$$

ist, bis auf das Vorzeichen, auch als HILBERT-Transforma-

tion bekannt [ERDÉLYI 1954]. Nach Umformung von (5.5) erhält man mit (5.7)

$$H_{az} + (K * H_{az})\, W'_p = W'_p\, H_{np} \quad , \tag{5.9}$$

bzw. nach Normierung mit H_{np} unter Benutzung von (5.4)

$$W_p + (K * W_p)\, W'_p = W'_p \quad . \tag{5.10}$$

Zur numerischen Auswertung von (5.10) wurden zunächst für N äquidistante Abzissen im Abstand von Δy die Funktionswerte $W'_{p1}, \ldots, W'_{pN}$ mit Hilfe des Interpolationsverfahren nach LAGRANGE bestimmt. Dabei wurde durch je vier benachbarte Stützstellen ein Polynom dritten Grades gelegt, was zusammen mit der Faltung eine sinnvolle Glättung des Beobachtungsmaterials ergibt. Darauf wurde das in (5.10) auftretende Faltungsintegral (5.8) wie folgt durch eine Summe approximiert.

Zur Abkürzung sei $f(y) = W_p(y)$ und $f_m = f(y_m)$. Dann lautet (5.8) an der Stelle $y = y_m$ für die Mitte des m -ten Intervalls [SCHMUCKER 1970a]:

$$K * f\big|_m = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(\eta)}{y_m - \eta}\, d\eta$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{y} \left[f(y_m - y) - f(y_m + y) \right] dy$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\Delta y/2} + \frac{1}{\pi} \int_{\Delta y/2}^{\infty}$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\Delta y/2} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \int_{(n-\frac{1}{2})\Delta y}^{(n+\frac{1}{2})\Delta y} \frac{1}{y} \left[f(y_m - y) - f(y_m + y) \right] dy \tag{5.11}$$

$$\approx \frac{f_{m-1} - f_{m+1}}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_{m-n} - f_{m+n}}{n} \quad . \tag{5.12}$$

Dabei wurde im ersten Integral von (5.11) der Integrand durch eine TAYLOR-Entwicklung genähert und der Differentialquotient durch einen Differenzenquotient ersetzt:

$$\frac{1}{y}[f(y_m-y) - f(y_m+y)] \approx -2f'(y_m) \approx \frac{1}{\Delta y}(f_{m-1}-f_{m+1}) \quad . \tag{5.13}$$

Im zweiten Integral wurde der Integrand in jedem Intervall durch seinen Wert im Mittelpunkt desselben ersetzt.

In (5.12) lassen sich der erste Summand und der erste Term unter dem Summenzeichen zusammenfassen:

$$K = f\Big|_m \approx \frac{3}{2\pi}(f_{m-1} - f_{m+1}) + \frac{1}{\pi}\sum_{n=2}^{\infty} \frac{f_{m-n} - f_{m+n}}{n} \quad . \tag{5.14}$$

Da die Beobachtung nur die Werte $W'_{p1}, \ldots, W'_{pN}$ liefert, ist auch nur die Bestimmung von $W_{p1}, \ldots, W_{pN}$ sinnvoll. Deshalb wird bei Anwendung von (5.14) vereinbart, daß gilt

$$f_i = W_{pi} = 0 \text{ für } i < 1 \text{ und } i > N. \tag{5.15}$$

Damit reduziert sich die Gleichung (5.10) auf ein lineares Gleichungssystem, dessen Lösung aus der bekannten Funktion W'_p die gesuchte W_p liefert. Das System lautet ausführlich (vereinfachte Schreibweise W_i, W'_i anstelle W_{pi}, W'_{pi}):

Text zu Abb.16:

Vergleich der Übertragungskoeffizienten für den Profilabschnitt in Grabennähe vor und nach der Elimination des anomalen Horizontalfeldes. W_p zeigt einen geglätteten Verlauf, die Realteile von W_p insbesondere haben in allen Frequenzen einen steileren Anstieg zwischen den Extrema als die Realteile von W'_p (für W_p s. auch Tabelle 4 im Anhang).

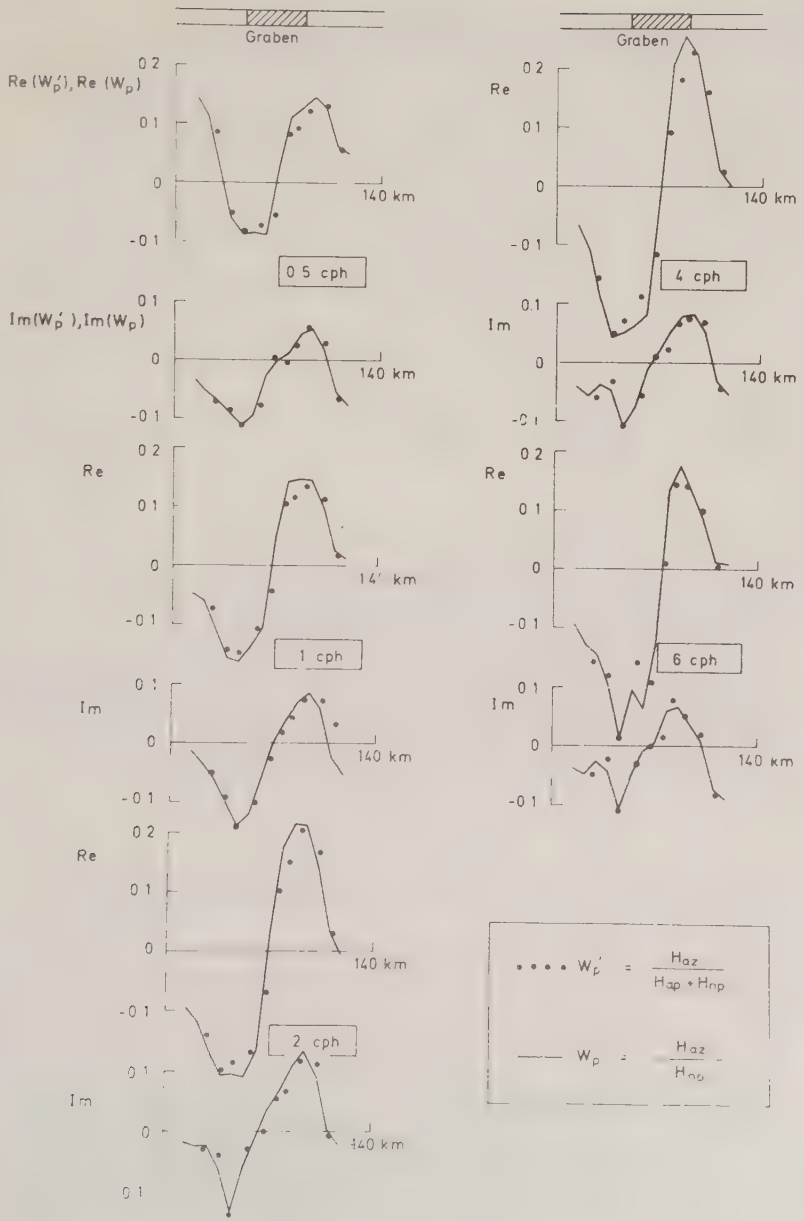

Abb.16: Text auf S.48

$$
\begin{aligned}
W_1 - \frac{3W_1'}{2\pi}W_2 - \frac{W_1'}{2\pi}W_3 - \ldots - \frac{W_1'}{(N-1)\pi}W_N &= W_1' \\
\frac{3W_2'}{2\pi}W_1 + W_2 - \frac{3W_2'}{2\pi}W_3 - \ldots - \frac{W_2'}{(N-2)\pi}W_N &= W_2' \\
\frac{W_3'}{2\pi}W_1 + \frac{3W_3'}{2\pi}W_2 + W_3 - \ldots - \frac{W_3'}{(N-3)\pi}W_N &= W_3' \\
\cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad & \cdot \\
\cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad & \cdot \\
\cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad \cdot \qquad\qquad & \cdot \\
\frac{W_N'}{(N-1)\pi}W_1 + \frac{W_N'}{(N-2)\pi}W_2 + \frac{W_N'}{(N-3)\pi}W_3 + \ldots + W_N &= W_N' \,.
\end{aligned}
\tag{5.16}
$$

Abb.16 zeigt als Ergebnis dieses Verfahrens den interessierenden Profilabschnitt in Rheingrabennähe für N = 48 Punkte über dem gesamten Profil und einem Punktabstand von Δy = 8 km. Man erkennt in allen Kurven einen geglätteten Verlauf von $W_p = H_{az}/H_{np}$. Während im Imaginärteil nur geringe Unterschiede zwischen W_p und W_p' festzustellen sind, zeigt der Realteil von W_p für alle Frequenzen einen deutlich größeren räumlichen Gradienten zwischen den Extrema als $Re(W_p')$.

5.3. Das normierte anomale Vertikal- und Horizontalfeld

Die Lösung des mit der Integraltransformation (5.7) verbundenen linearen Gleichungssystems (5.16) ergibt mit

$$H_{az}(\underline{r}, \omega) = W_p(\underline{r}, \omega)\, H_{np}(\underline{r}, \omega) \tag{5.17}$$

die geforderte Proportionalität zwischen dem anomal induzierten Vertikalfeld und dem normalen Horizontalfeld. Die Abhängigkeit des Proportionalitätsfaktors oder Übertragungskoeffizienten W_p von den Amplituden- und Phasenbeziehungen zwischen den Feldkomponenten H_{az} und H_{np} soll hier aufgezeigt werden.

Seien die für die Induktion der als zweidimensional angenommenen Grabenanomalie wirksamen Horizontal- und Vertikalkomponenten dargestellt durch:

$$H_{np} = H_{npo}\, e^{\,i(\omega t + \xi_p)} ,$$

$$H_{az} = H_{azo}\, e^{\,i(\omega t + \zeta)} , \qquad (5.18)$$

so lautet die gesuchte Beziehung

$$H_{az} = \frac{H_{azo}}{H_{npo}}\, e^{\,i(\zeta - \xi_p)}\, H_{np} . \qquad (5.19)$$

Aus dem Vergleich mit (5.17) erhält man für Real- und Imaginärteil von W_p:

$$W_p = W_{pu} + i\, W_{pv}$$

$$= \frac{H_{azo}}{H_{npo}} \cos(\zeta - \xi_p) + i\, \frac{H_{azo}}{H_{npo}} \sin(\zeta - \xi_p) . \qquad (5.20)$$

Das räumliche Verhalten dieses mit dem normalen Horizontalfeld normierten anomalen Vertikalfelds wurde in Abb.16 dargestellt und im Anhang (Tabelle 4) für 16 Profilpunkte und fünf Frequenzen tabellarisch angegeben.

Ist $W_p = W_{po}\, e^{\,i\varphi}$, so folgt aus (5.20)

$$W_{po} = \frac{H_{azo}}{H_{npo}} , \qquad \varphi = \zeta - \xi_p \qquad (5.21)$$

Amplitude und Phase von W_p sind in Abb.17 und 18 über dem interessierenden Profilabschnitt, etwa 70 km westlich und östlich der Grabenmitte dargestellt. In der Darstellung der Amplituden kommt sowohl der Grabeneffekt mit ausgeprägten Maxima in geringer Entfernung außerhalb des guten Leiters als auch die Frequenzabhängigkeit deutlich zum Ausdruck. Am westlichen Grabenrand nehmen die maximalen Amplituden von etwa 0.13 bei 0.5 cph bis über 0.30 bei 6 cph mit der Frequenz kontinuierlich zu, in Grabenmitte haben sie für fast

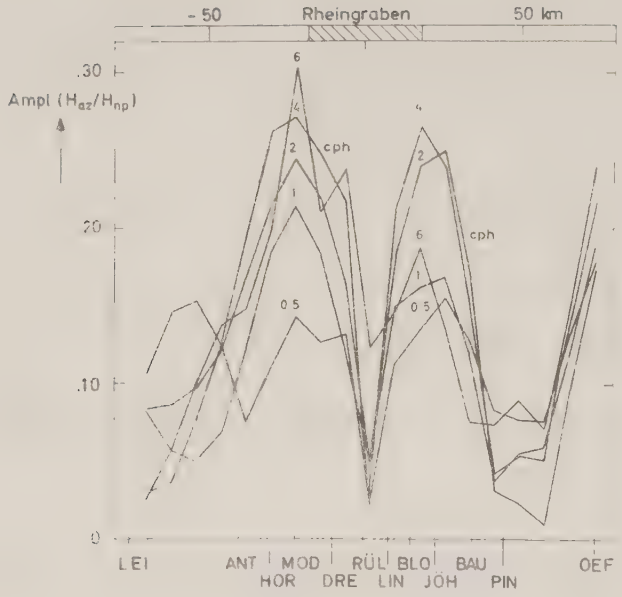

Abb.17:

Amplituden von $W_p = H_{az}/H_{np}$ für 5 Frequenzen über dem Profil aufgetragen. Die Grabenanomalie ist durch eine sichtbare Frequenzabhängigkeit und ausgeprägte Maxima in der Nähe der Grabenränder gekennzeichnet.

alle Frequenzen Werte unter 0.05. Am östlichen Grabenrand ist ebenfalls eine Zunahme mit der Frequenz zu erkennen, lediglich für die höchste Frequenz ist die Amplitude reduziert.

In Abb.18 wird versucht, die auf Streuungen empfindlich reagierenden Phasen zwischen dem normalen Horizontalfeld und dem anomalen Vertikalfeld darzustellen. Deutlichstes Merkmal ist der Phasensprung um etwa 180° vom westlichen zum östlichen Grabenrand. Die starken Phasensprünge am linken Bildrand und in Grabenmitte sind meist auf unsicher bestimmbare Phasen zurückzuführen und können auch modulo 360° ein-

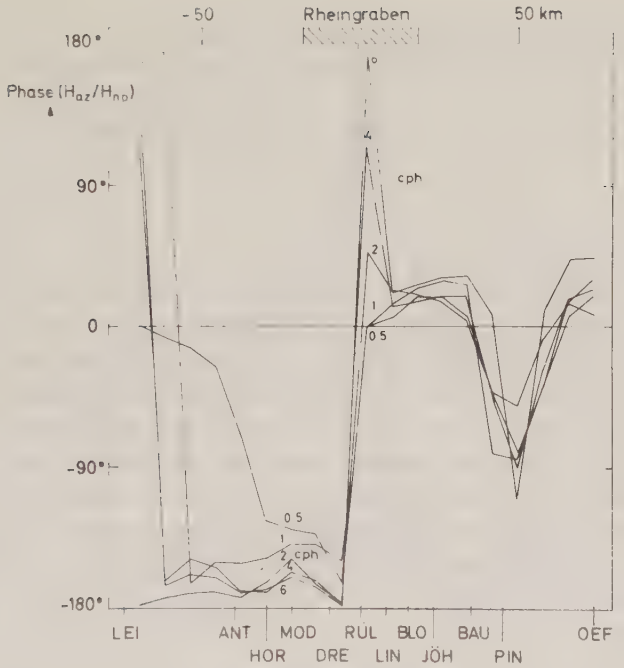

Abb.18:

Phasen zwischen dem anomalen Vertikalfeld und dem normalen Horizontalfeld für 5 Frequenzen über dem Profil aufgetragen. Deutliches Merkmal ist der Phasensprung von etwa 180° vom westlichen zum östlichen Grabenrand. Die durchschnittliche Abweichung von 0° bzw. 180° beträgt an den Grabenrändern etwa 30°.

getragen werden. An der am westlichen Rand liegenden Station MOD wird eine kontinuierliche Abnahme der Phasen von etwa -130° bei 0.5 cph bis etwa -160° bei 6 cph festgestellt. An der östlichen Randstation JÖH zeigen die Phasen kein systematisches Verhalten mit der Frequenz; es werden Werte zwischen 20° und 30° angenommen.

Aus der Beziehung (5.7) läßt sich mit der Lösung der im Abschnitt 5.2. beschriebenen Integraltransformation (5.14) das anomale Horizontalfeld aus dem anomalen Vertikalfeld berechnen. Die Normierung mit dem normalen Horizontalfeld ergibt

$$\frac{H_{ap}}{H_{np}} = \frac{-K * H_{az}}{H_{np}} \quad . \tag{5.22}$$

Real- und Imaginärteil von (5.22) wird in Abb.19 dargestellt und ist im Anhang (Tabelle 4) tabelliert. Das Maximum insbesondere des Realteils von H_{ap}/H_{np} liegt in geringfügiger Distanz östlich der Grabenmitte, die beiden Minima liegen etwa 20 km außerhalb der Grabenränder. Am rechten Bildrand zeichnet sich ein kleineres Nebenmaximum ab. Der Realteil zeigt wieder stärkere Frequenzabhängigkeit als der Imaginärteil. Man erkennt eine Zunahme im Maximum des Realteils von $H_{ap}/H_{np} = 0.23$ bei 0.5 cph bis $H_{ap}/H_{np} = 0.43$ bei 4 cph, bei der höchsten Frequenz von 6 cph ist H_{ap}/H_{np} wieder auf 0.34 abgefallen.

Abb.20 faßt die Ergebnisse dieses Abschnitts noch einmal zusammen, indem von H_{az}/H_{np} die Werte an beiden Grabenrändern (W und E) und von H_{ap}/H_{np} die Werte für die Grabenmitte (M) über der Frequenz aufgetragen werden. $Re(H_{az}/H_{np})$ und $Im(H_{az}/H_{np})$ für den westlichen Grabenrand erhielten für die Darstellung ein umgekehrtes Vorzeichen. Im Gegensatz zum Imaginärteil erkennt man im Realteil die starke Frequenzabhängigkeit: Zunahme für die Absolutwerte aller Realteile von 0.5 bis 4 cph, für 6 cph scheint der anomale Effekt in Grabenmitte und am östlichen Rand wieder abzunehmen. Bis auf die Werte für die höchste Frequenz liegt für die Realteile an den beiden Rändern Symmetrie vor, der Imaginärteil nimmt für alle Frequenzen im Westen größere absolute Werte an als im Osten.

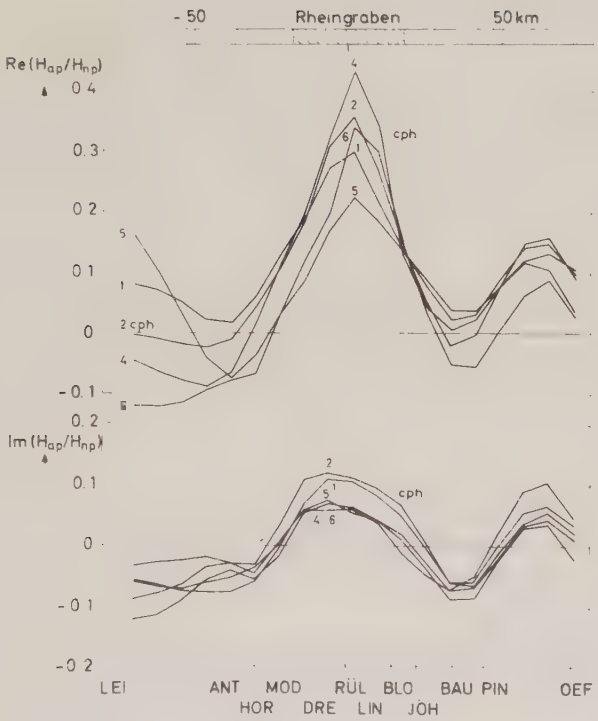

Abb. 19:

Real- und Imaginärteil von H_{ap}/H_{np}, aus dem anomalen Vertikalfeld durch Faltung abgeleitet und für 5 Frequenzen über dem Profil aufgetragen. Das Maximum in Grabenmitte, die Minima außerhalb der Grabenränder und die Frequenzabhängigkeit werden durch die anomale Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund erzeugt (s. auch Tabelle 4 im Anhang).

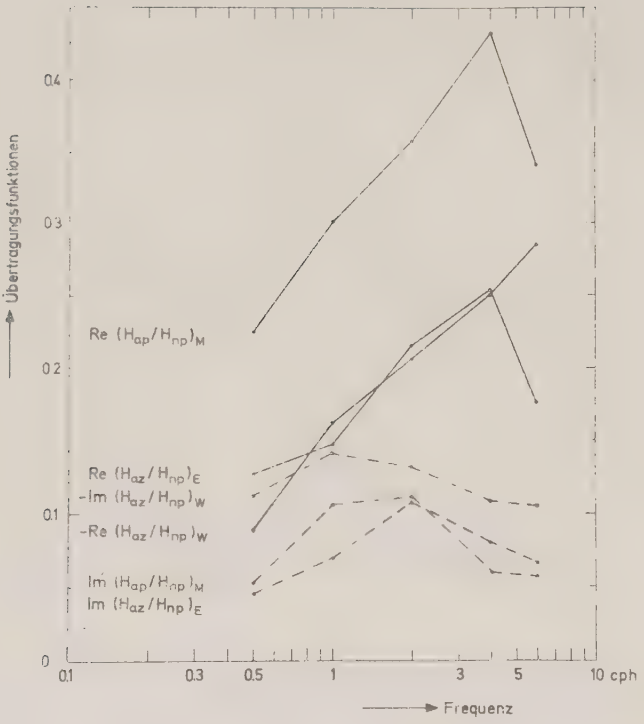

Abb.20:

Real- und Imaginärteil der Übertragungsfunktionen zwischen anomalem Vertikal- und normalem Horizontalfeld für die beiden Grabenrandstationen (W und E) und zwischen anomalem und normalem Horizontalfeld in Grabenmitte (M) als Funktion der Frequenz von 0.5 bis 6.0 cph.

5.4. Der Zusammenhang zwischen Induktionspfeil- und Übertragungskoeffizienten

Im Frequenzbereich besteht zwischen den transformierten Amplituden der aufgezeichneten Komponenten allgemein der lineare Zusammenhang (s. Abschnitt 4.2.):

$$H_z(\underline{r}, \omega) = W'_p(\underline{r}, \omega)\, H_p(\underline{r}, \omega) + W'_q(\underline{r}, \omega)\, H_q(\underline{r}, \omega). \tag{5.23}$$

Hierbei sind die Richtungen der orthogonalen Horizontalkomponenten mit p und q bezeichnet. Im speziellen Fall einer zweidimensionalen Anomalie (q in Streichrichtung) ist

$$W'_q(\underline{r}, \omega) = 0$$

und damit

$$H_z(\underline{r}, \omega) = W'_p(\underline{r}, \omega)\, H_p(\underline{r}, \omega)\,. \tag{5.24}$$

Setzt man

$$W'_p = W'_{po}\, e^{i\varphi'} \tag{5.25}$$

und wählt als Anfangspunkt der Zeitzählung das Maximum der Vertikalkomponente (d.h. H_z reell), so lautet (5.24) unter Berücksichtigung des Zeitfaktors für $t = t_o$ und nach Division durch $e^{i\varphi'}$

$$\begin{aligned} H_z\, e^{i(\omega t_o - \varphi')} &= W'_{po}\, H_p\, e^{i\omega t_o} \\ &= W'_{po}\, (H_x \cos\vartheta + H_y \sin\vartheta)\, e^{i\omega t_o}\,. \end{aligned} \tag{5.26}$$

Hierbei sind H_x und H_y die komplexen Amplituden in Nord- und Ostrichtung und ϑ der Winkel zwischen der Nordrichtung x und der auf der Anomalie senkrechten Richtung p. Sind für den Zeitpunkt $t = t_o$ die Größen $X(t_o)$, $Y(t_o)$ und $Z(t_o)$ die Momentanwerte der drei aufgezeichneten Magnetfeldkomponenten mit der Quasiperiode $T = 2\pi / \omega = \text{const.}$, d.h.

$$X(t_o) = \mathrm{Re}(H_x e^{i\omega t_o}) ,$$

$$Y(t_o) = \mathrm{Re}(H_y e^{i\omega t_o}) ,$$

$$Z(t_o) = H_z \cos \omega t_o , \qquad (5.27)$$

so lautet der Realteil von (5.26)

$$H_z \cos(\omega t_o - \varphi') = Z(t_o) \frac{\cos(\omega t_o - \varphi')}{\cos \omega t_o}$$

$$= W'_{po}[X(t_o)\cos\vartheta + Y(t_o)\sin\vartheta] \qquad (5.28)$$

oder

$$Z(t_o) = \frac{W'_{po} \cos \omega t_o}{\cos(\omega t_o - \varphi')} [X(t_o) \cos\vartheta + Y(t_o) \sin\vartheta] . \qquad (5.29)$$

Dies ist eine lineare Beziehung von der Gestalt

$$Z(t_o) = \bar{A}(t_o)\, X(t_o) + \bar{B}(t_o)\, Y(t_o) \qquad (5.30)$$

mit

$$\bar{A}(t_o) = \frac{W'_{po} \cos \omega t_o \cos\vartheta}{\cos(\omega t_o - \varphi')} ,$$

$$\bar{B}(t_o) = \frac{W'_{po} \cos \omega t_o \sin\vartheta}{\cos(\omega t_o - \varphi')} . \qquad (5.31$$

Man erkennt aus (5.31) die Abhängigkeit der Koeffizienten $\bar{A}$ und $\bar{B}$ von dem noch frei wählbaren Zeitpunkt t_o. Würde man in Analogie zum geomagnetischen Induktionspfeil einen Pfeil bestimmen, so berechnet sich seine von t_o abhängige Länge zu

$$\bar{C}(t_o) = \sqrt{\bar{A}^2(t_o) + \bar{B}^2(t_o)} = \left| \frac{W'_{po} \cos \omega t_o}{\cos(\omega t_o - \varphi')} \right| , \qquad (5.32)$$

seine Richtung jedoch ist unabhängig von W'_{po}, φ' und vor allem t_o:

$$\frac{\bar{B}(t_o)}{\bar{A}(t_o)} = \tan\vartheta \quad . \tag{5.33}$$

Wählt man mit WIESE [1965] $t_o = 0$, so ist der direkte Vergleich der linearen Beziehung (3.9)

$$Z_o = A\,X(0) + B\,Y(0) \quad , \tag{5.34}$$

mit der jetzt vereinfachten Gleichung (5.29)

$$Z_o = \frac{W'_{po}\cos\vartheta}{\cos\varphi'}\,X(0) + \frac{W'_{po}\sin\vartheta}{\cos\varphi'}\,Y(0) \tag{5.35}$$

möglich:

$$A = \frac{W'_{po}\cos\vartheta}{\cos\varphi'} \quad \text{und} \quad B = \frac{W'_{po}\sin\vartheta}{\cos\varphi'} \quad . \tag{5.36}$$

Dabei wurde zur Verdeutlichung $A = \bar{A}(0)$ usw. gesetzt. Für die Länge des geomagnetischen Induktionspfeils nach WIESE erhält man dann

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} = \frac{W'_{po}}{|\cos\varphi'|} \tag{5.37}$$

und für seine Richtung

$$\frac{B}{A} = \tan\vartheta \quad . \tag{5.38}$$

Es zeigt sich, daß die Richtung ϑ unabhängig von W'_{po} und φ' ist, während die Länge C umgekehrt proportional zum Kosinus des Phasenwinkels der Übertragungsfunktion W'_p ist.

Im Fall reiner Selbstinduktion ist $\varphi' = 0$ und nach (5.37) die Länge C gleich der Amplitude W'_{po} der Übertragungsfunktion. Nur in diesem Fall geht auch (5.32) in (5.37) über und (5.35) bis (5.37) gelten nicht nur für $t_o = 0$, sondern für jeden beliebigen Zeitpunkt t_o.

Es sei abschließend vermerkt, daß man anstelle von Amplitude

und Phase W'_{po} und φ' auch Real- und Imaginärteil W'_{pu} und W'_{pv} der Übertragungsfunktion verwenden kann. Nach (5.25) gilt

$$W'_{pu} = W'_{po} \cos\varphi' \quad \text{und} \quad W'_{pv} = W'_{po} \sin\varphi' \quad . \tag{5.39}$$

Damit lautet z.B. (5.37)

$$C = \frac{|W'_{pu}|}{\cos^2 \varphi'} \quad . \tag{5.40}$$

Dies besagt, daß die Länge des WIESE-Pfeils um den Faktor $1/\cos^2\varphi'$ größer ist als die Länge $|W'_{pu}| = \sqrt{W'^2_{xu} + W'^2_{yu}}$ des 0^o - Pfeils (s. Abschnitt 4.2.).

6. Leitfähigkeitsmodelle

6.1. Verfahren zur Ermittlung der Leitfähigkeitsverteilung

Die Erschließung der elektrischen Leitfähigkeitsverteilung im Untergrund aus der Beobachtung der elektromagnetischen Felder an der Erdoberfläche erfolgt über die Annahme von überschaubaren Induktions- und Leitfähigkeitsmodellen, die die Wirklichkeit annähernd beschreiben sollen.

Eine Möglichkeit der Interpretation der Beobachtungen ist der Vergleich mit Modellversuchen. Hierbei muß das Produkt der Parameter σ (elektrische Leitfähigkeit), f (Frequenz) und L^2 (Quadrat der Längenausdehnung) denselben Wert sowohl in der Natur wie im Labor annehmen [SPITTA 1963, 1973; DOSSO 1966]. Diese Methode hat ihre Begrenzung in den gegenwärtig nicht beliebig wählbaren Leitfähigkeitsverhältnissen.

Zu den numerischen Verfahren gehört die direkte Lösungsmethode der Inversion: Unter bestimmten Modellvoraussetzungen wird die Leitfähigkeitsverteilung unmittelbar aus den Beobachtungen abgeleitet. Die Lösung dieser Umkehraufgabe für den Fall, daß sich die Leitfähigkeit nur mit der Tiefe ändert, wurde von WEIDELT [1970] behandelt. Die Anwendung dieses Verfahrens lohnt sich jedoch nur dann, wenn der Untergrund durch ein Modell mit horizontaler Schichtung angenähert werden kann und Meßdaten geringer Streuung über einen großen Frequenzbereich vorliegen.

Zur Interpretation der Rheingrabendaten wird im folgenden (Abschnitt 6.2. und 6.3.) ein indirektes Verfahren benutzt: Mittels Variation der Parameter eines geschichteten Untergrundes werden zweidimensionale Modelle den Daten bestmöglich angepaßt, wobei die Leitfähigkeitsverteilung in der dünnen Deckschicht durch Inversion berechnet wird [SCHMUCKER 1970b, 1971]. Der Bereich der Leitfähigkeitsverhältnisse ist hier nicht begrenzt. Bei der Anwendung dieses Verfahrens ist man nicht an eine Vielzahl von Frequenzen gebunden, andererseits steigt auch hier die Sicherheit bzgl. der Eindeutig-

keit des Modells mit dem Umfang des Frequenzbereichs und Verringerung der Streuung der Übertragungsfunktionen.

6.2. Modellrechnung für eine dünne inhomogene Deckschicht über lateral homogenem Substratum

Von den drei Komponenten eines rechtwinkligen Koordinatensystems zeige jetzt x (bisher q) in Richtung der langgestreckten Anomalie, y (bisher p) in der Horizontalebene senkrecht dazu und z vertikal nach unten (Abb.21). Im oberen Halbraum ($z < 0$) sei $\sigma = 0$. Eine erste Vereinfachung ist die Annahme der Zweidimensionalität von Leitfähigkeitsstruktur und äußerem Magnetfeld. Im folgenden soll das magnetische Feld

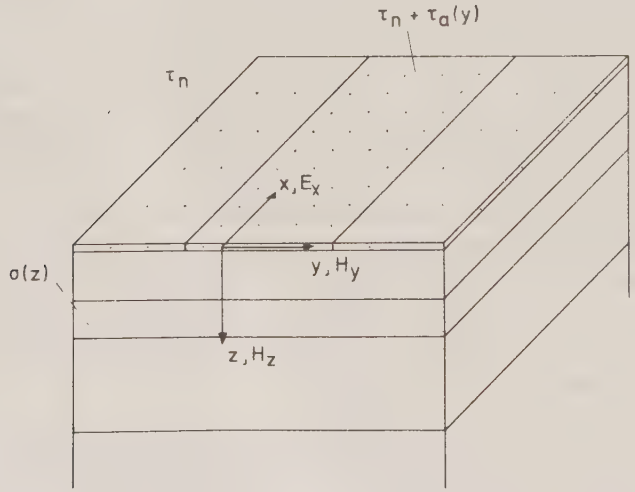

Abb.21:

Leitfähigkeitsgrundmodell mit der Orientierung der Komponenten des elektrischen und magnetischen Feldes in bezug auf den lateralen Leitfähigkeitsgradienten in der dünnen Deckschicht.

die Komponenten

$$\underline{H} = (0,\ H_y,\ H_z) \tag{6.1}$$

und das elektrische Feld die Komponenten

$$\underline{E} = (E_x,\ 0,\ 0) \tag{6.2}$$

haben (E-Polarisation).

Eine weitere Vereinfachung besteht darin, daß der normale äußere Anteil der Vertikalkomponente durch einen entgegengerichteten normalen inneren Anteil kompensiert wird:

$$H_{inz} = -H_{enz} \ . \tag{6.3}$$

Aufgespalten in normalen und anomalen Anteil haben die Felder in der z = 0 Ebene die Form (s. auch Abb.21):

$$\underline{E}_n = (E_{nx},\ 0,\ 0)\ , \quad \underline{H}_n = (0,\ H_{ny},\ 0)\ , \tag{6.4}$$

$$\underline{E}_a = (E_{ax},\ 0,\ 0)\ , \quad \underline{H}_a = (0,\ H_{ay},\ H_{az})\ . \tag{6.5}$$

Die den Induktionsvorgang beschreibenden MAXWELLschen Gleichungen erhalten unter Vernachlässigung des Verschiebungsstromes und mit der relativen Permeabilität $\mu_r = 1$ im praktischen Maßsystem die Form (Zeitfaktor $\exp(i\omega t)$):

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \iota_x\ , \tag{6.6}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial y} = i\omega\mu_o H_z \quad , \tag{6.7a}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -i\omega\mu_o H_y \quad , \tag{6.7b}$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial z} + \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0 \quad . \tag{6.8}$$

Nach dem OHMschen Gesetz gilt für die Stromdichte der induzierten Ströme

$$\iota_x = \sigma E_x \ . \tag{6.9}$$

Die Gleichungen (6.6) - (6.9) gelten gleichermaßen für den normalen wie für den anomalen Anteil der auftretenden Feldkomponenten.

Unter der Voraussetzung eines zweidimensionalen Modells mit $\sigma > 0$ für $z \geq 0$ erhält man aus den Gleichungen (6.6) - (6.9) nach Umformung und Elimination der Magnetfeldkomponenten die Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = i\omega\mu_o\sigma E_x \quad . \tag{6.10}$$

Für den oberen Halbraum mit $\sigma = 0$ für $z < 0$ gilt mit (6.6) und (6.9)

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad . \tag{6.10a}$$

Betrachtet man einen leitfähigen Halbraum in einem quasihomogenen äußeren Feld, so vereinfacht sich (6.10) zu

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = i\omega\mu_o\sigma E_x \quad .$$

Als Eindringtiefe oder Skintiefe wird die Tiefe p bezeichnet, in der die Amplitude des Feldes auf 1/e abgeklungen ist:

$$E_x = E_o \exp\left(-\frac{1+i}{p}z\right),$$

$$p = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_o\sigma}} \quad . \tag{6.11}$$

Mißt man den Widerstand $\rho = 1/\sigma$ in Ωm und die Periode $T = 1/f = 2\pi/\omega$ in Stunden, so erhält man die handliche Formel $p = 30.2\sqrt{\rho\, T}$.

Es wird davon ausgegangen, daß das hochohmige Kristallin des tieferen Untergrundes von einer Schicht gut leitender Sedimente variabler Mächtigkeit bedeckt ist. Der Induktionsvorgang in dieser durch die lokale Geologie bestimmten oberflächennahen Schicht kann näherungsweise erfaßt werden, wenn die Dicke d dieser Deckschicht klein ist gegen die Eindring-

tiefe p der betrachteten Felder:

$$d \leq \frac{1}{3} p \ . \qquad (6.12)$$

Rechnet man mit Mächtigkeiten der Sedimente bis zu 5 km und Leitfähigkeiten nicht größer als 1 $(\Omega m)^{-1}$, so wird die Bedingung (6.12) für die hier vorkommenden Frequenzen $0.5 \leq f \leq 6.0$ cph noch erfüllt. Dieser dünnen Deckschicht ordnet man eine integrierte Leitfähigkeit τ mit der Einheit Ω^{-1} zu:

$$\tau(y) = \int_0^d \sigma(y,z)dz \ , \qquad (6.13)$$

wobei die Leitfähigkeit $\sigma = \sigma(y,z)$ nicht nur Änderungen mit der Tiefe, sondern auch laterale Unterschiede zuläßt. Bei N Schichten bekannter Leitfähigkeit σ und Schichtdicke d berechnet sich τ zu

$$\tau = \sum_{i=1}^{N} \sigma_i \cdot d_i \ . \qquad (6.14)$$

Mit dem Ansatz

$$\tau(y) = \tau_n + \tau_a(y) \qquad (6.15)$$

wird die integrierte Leitfähigkeit in einen normalen (hier $\tau_n = \tau(-\infty)$) und einen anomalen Anteil $\tau_a(y)$ aufgespalten. Mit der Annahme

$$E_x(y,z) = \text{const. für } 0 \leq z \leq d \qquad (6.16)$$

wird die Schichtstromdichte mit (6.13) zu

$$j_x(y) = \int_0^d \sigma(y,z)\ E_x(y,z)\ dz$$

$$= \tau(y)\ E_x(y) \ .$$

Mit (6.15) läßt sich dann schreiben:

$$j_{nx} + j_{ax} = (\tau_n + \tau_a)(E_{nx} + E_{ax}) ,$$

$$j_{ax} = \tau_a E_{nx} + (\tau_n + \tau_a) E_{ax} \qquad (6.17)$$

mit

$$j_{nx} = \tau_n E_{nx} . \qquad (6.18)$$

Die Materialgleichung für die dünne Schicht (6.17) enthält im ersten Glied den Anteil nach dem OHMschen Gesetz, im zweiten den Anteil der lokalen Selbstinduktion.

Mit den Ansätzen (6.4) und (6.5) folgt durch Integration von (6.6) die Induktionsgleichung für die dünne Schicht:

$$H_y^+(y,-0) - H_y^-(y,+0) = j_x(y) , \qquad (6.19)$$

wobei berücksichtigt wurde, daß (6.7a) zusammen mit der Annahme (6.16)

$$H_z(y,z) = \text{const. für } 0 \le z \le d \qquad (6.20)$$

liefert. In (6.19) bezeichnen H_y^+ und H_y^- die Werte von H_y an der Ober- bzw. Unterseite der dünnen Schicht.

Mit der durch (5.6) erklärten Faltung können die folgenden vier Beziehungen zwischen den anomalen Anteilen der Felder und der Stromverteilung aufgestellt werden; hinzugefügt wird das aus der Definition der Impedanz folgende Verhältnis zwischen den orthogonalen Horizontalkomponenten des normalen elektrischen und magnetischen Feldes:

$$E_{ax} = i\omega\mu_o (G * H_{az}) , \qquad (6.21)$$

$$H_{ay}^+ = - K * H_{az} , \qquad (6.22)$$

$$H_{ay}^- = L * H_{az} , \qquad (6.23)$$

$$E_{ax} = i\omega\mu_o (S * j_{ax}) , \qquad (6.24)$$

$$E_{nx} = i\omega\mu_o C^+(\omega, 0) H_{ny}^+ . \qquad (6.25)$$

Die Faltung (6.21) folgt aus der MAXWELL-Gleichung (6.7a), der vorkommende Faltungskern ist

$$G = \frac{1}{2} \operatorname{sgn} y \ , \tag{6.26}$$

wobei sgn y die Signumfunktion ist.

Die Faltung (6.22) mit dem Kern

$$K = \frac{1}{\pi y} \tag{6.27}$$

folgt aus der Wirbel- und Quellenfreiheit des Magnetfeldes im O-Leiter (6.8 und 6.10a) und ist die in Abschnitt 5.2. ausführlich behandelte HILBERT-Transformation.

Die induktive Wirkung des Substratums ist in den Kernfunktionen L und S enthalten. Die Beziehung (6.23) erhält man unter Berücksichtigung von (6.20). Der dabei auftretsnde Faltungskern L läßt sich für den Fall eines homogen geschichteten Halbraums über eine Fouriertransformation im Wellenzahlbereich berechnen [SCHMUCKER 1971]:

$$L(\omega, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin(ky)}{k\, C^-(\omega, k)}\, dk \ . \tag{6.28}$$

Die komplexe Größe $C^-(\omega, k)$, von der Dimension einer Länge, kann als induktive Skalenlänge betrachtet werden und wird mit folgender Rekursionsformel bestimmt [WAIT 1953]:

$$C_n = \frac{K_n C_{n+1} + \tanh(d_n K_n)}{K_n (1 + K_n C_{n+1} \tanh(d_n K_n))} \tag{6.29}$$

mit

$$K_n = \sqrt{i\omega \mu_o \sigma_n + k^2} \ . \tag{6.30}$$

Bezeichnet n=1 die dünne Schicht und folgen darunter N-1 homogene Schichten mit den Leitfähigkeiten σ_n und den Mächtigkeiten d_n, n = 2, 3, ..., N, so beginnt man mit $C_N = 1/K_N$ und berechnet sukzessive alle C_n bis $C_2 = C^-$. Für den bei der Rheingrabenanomalie angenommenen Fall eines quasihomogenen

Feldes, dessen Eindringtiefe klein ist gegenüber den lateralen Dimensionen des äußeren Feldes ($kp \ll 1$), kann k in (6.30) vernachlässigt werden (CAGNIARD-Fall). Für die Oberfläche des homogenen Subtratums in der Tiefe $z = z_N$ gilt dann mit (6.11):

$$C_N = 1/K_N$$

$$= 1/\sqrt{i\omega\mu_o\sigma_N}$$

$$= p_N/(1 + i) \quad . \tag{6.31}$$

Die in (6.24) auftretende und für geschichtetes Medium geltende Faltungsfunktion S berechnet sich mit (6.29) nach:

$$S(\omega, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{C^-(\omega, k)\cos(ky)}{1 + k\, C^-(\omega, k)}\, dk \quad . \tag{6.32}$$

Schließlich erhält man die Übertragungsfunktion $C^+(\omega, 0)$ in der Beziehung (6.25) aus (6.29). Berechnet man nämlich die Skalenlänge über einer dünnen Oberflächenschicht, so läßt sich mit $n = 1$ näherungsweise $\tanh K_1 d_1 = K_1 d_1$ setzen. Sei $C_1 = C^+$ die Skalenlänge über der dünnen Schicht und $C_2 = C^-$ die Skalenlänge unter ihr, so ergibt sich im CAGNIARD-Fall (k=0):

$$C^+(\omega, 0) = \frac{C^-(\omega, 0)}{1 + i\omega\mu_o\tau_n\, C^-(\omega, 0)} \quad , \tag{6.33}$$

dabei ist

$$K_1^2 = i\omega\mu_o\sigma_1 d_1 = i\omega\mu_o\tau_n \quad .$$

Im Fall der Grabenanomalie wird angenommen, daß die räumliche Ausdehnung der Anomalie L_a klein ist gegenüber dem Betrag der modifizierten Eindringtiefe C_n^+:

$$L_a \ll \left| C_n^+ \right| \quad . \tag{6.34}$$

Es gilt dann in erster Näherung

$$j_{ax} = \tau_a E_{nx} \quad , \tag{6.35}$$

oder mit (6.25)

$$\frac{j_{ax}}{H_{ny}} = i\omega\mu_o \tau_a C_n^+(\omega, 0) \quad . \tag{6.36}$$

Die vollständige Lösung läßt sich formulieren: Setzt man (6.24) und (6.25) in (6.17) ein, so erhält man eine Integralgleichung zur Bestimmung der normierten Stromdichte j_{ax}/H_{ny}:

$$\boxed{\frac{1}{i\omega\mu_o} \cdot \frac{j_{ax}}{H_{ny}} = \tau_a C_n^+(\omega, 0) + (\tau_a + \tau_n)(S * \frac{j_{ax}}{H_{ny}})} \quad . \tag{6.37}$$

Mit (6.36) als erste Näherung kann man die Lösung iterativ erhalten. Es ist jedoch auch möglich, die Gleichung (6.37) durch ein lineares Gleichungssystem zu approximieren. Die resultierende Matrix hat in guter Näherung Bandgestalt. Aus der Lösung läßt sich dann mit (6.17) das anomale elektrische Feld berechnen

$$E_{ax} = \frac{j_{ax} - \tau_a E_{nx}}{\tau_a + \tau_n} \tag{6.38}$$

und hieraus zum Vergleich mit den Beobachtungen die anomalen Magnetfeldkomponenten mit Hilfe der schon bekannten Beziehungen (6.7a), (6.22), (6.23) und (6.19):

$$H_{az} = \frac{1}{i\omega\mu_o} \frac{\partial E_{ax}}{\partial y} \quad ,$$

$$H_{ay}^+ = - K * H_{az} \quad ,$$

$$H_{ay}^- = L * H_{az} \quad ,$$

$$H_{ay}^- = H_{ay}^+ - j_{ax} \quad .$$

Die beiden Möglichkeiten zur Bestimmung von H_{ay}^- erlauben eine Kontrolle der Rechnung.

Für die Anwendung von (6.37) zur Modellrechnung müssen An-

nahmen für τ_n und τ_a gemacht werden. Eine kontinuierliche Verteilung von $\tau(y) = \tau_a(y) + \tau_n$ wurde aus Angaben über die Mächtigkeit der sedimentären Schichten bis zum kristallinen Grundgebirge von BOIGK et al. [s. CLOSS und PLAUMANN 1968] und den aus Bohrlochmessungen bekannten Werten für die elektrische Leitfähigkeit [FLATHE 1967, RÜLKE 1967, HAAK 1970] mit (6.14) bestimmt (Abb.22). Das Maximum von $\tau(y)$ liegt etwas östlich der Grabenmitte und beträgt näherungsweise 2100 Ω^{-1}. Am westlichen Rand ist τ verschwindend klein und steigt am östlichen Rand zu Werten bis 250 Ω^{-1}. Über den Normalwert τ_n an den Profilenden kann hier leider nichts ausgesagt werden.

Der Kurve von τ in Abb.22 wurden in äquidistanten Abständen Werte entnommen und zusammen mit $\tau_n = 400\ \Omega^{-1}$, h = 30 km, $\rho_1 = 1000\ \Omega$m und $\rho_2 = 50\ \Omega$m Modellkurven für ein Zweischichtenmodell mit dünner Deckschicht nach (6.37) gerechnet. Die Übereinstimmung zwischen Modellrechnung und Beobachtung ist bei T = 60 min gut [WINTER 1971], bei T = 15 min weniger zufriedenstellend (Abb.23). Die Güte eines Modells sollte jedoch daran gemessen werden, ob die Beobachtungen für alle Frequenzen erklärt werden können.

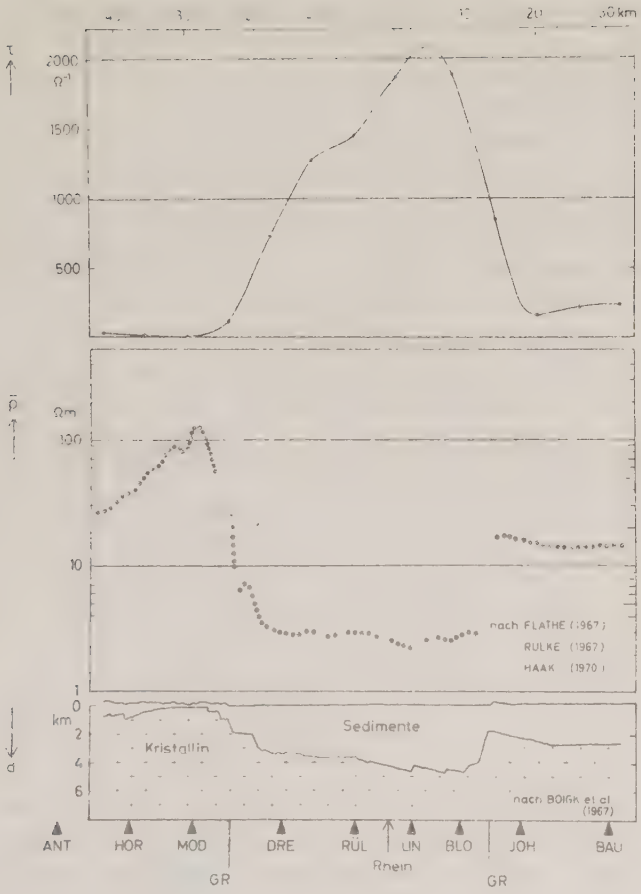

Abb.22:

Räumliche Verteilung der integrierten Leitfähigkeit $\tau(y)$ in der Deckschicht, ermittelt aus Angaben über Sedimentmächtigkeiten und zugehörigen Werten des mittleren spezifischen Längswiderstandes.

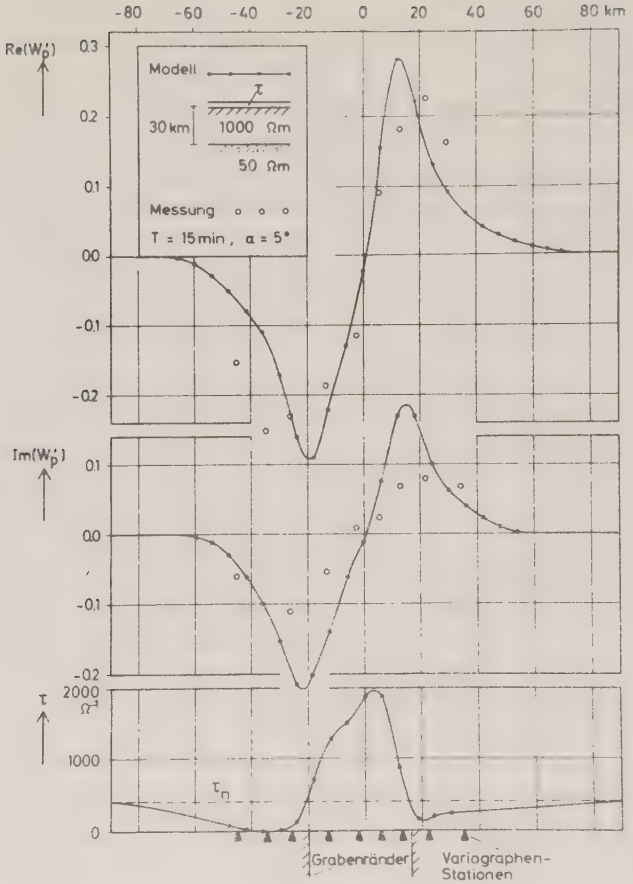

Abb.23:

Modellkurven eines Zweischichtenmodells mit der nach Abb.22 vorgegebenen Verteilung der integrierten Leitfähigkeit in der Deckschicht und Vergleich mit den Beobachtungen für die Periode T = 15 min.

6.3. Inversion der Beobachtungsdaten zur Berechnung lateral inhomogener Leitfähigkeitsverteilung in der Deckschicht

Für das einfache Grundmodell eines lateral homogenen Halbraums mit $\sigma_n = \sigma_n(z)$ und einer dünnen Deckschicht in der Ebene $z = 0$ mit den lateral inhomogenen integrierten Leitfähigkeiten $\tau(y) = \tau_n + \tau_a(y)$ ist es möglich, eine Inversion der Beobachtungsdaten, d.h. die Lösung der Umkehraufgabe durchzuführen [SCHMUCKER 1971]. Ausgehend von der grundlegenden Materialgleichung (6.17) erhält man mit der MAXWELLschen Gleichung für die Schichtstromdichte (6.19), den Faltungen (6.21) bis (6.23) und der Beziehung zwischen E_n und H_n^+ (6.25) für den CAGNIARD-Fall eines quasi-homogenen induzierenden Feldes in y-Richtung die Gleichung:

$$-(K+L) * H_{az} = i\omega\mu_o[\tau_a C_n^+(\omega,0)H_{ny}^+ + (\tau_a+\tau_n)(G * H_{az})] ,$$

oder nach Division durch H_{ny} mit $W_p = H_{az}/H_{ny}$ und Auflösung nach τ_a:

$$\tau_a = -\frac{(K+L) * W_p + i\omega\mu_o\tau_n(G * W_p)}{i\omega\mu_o[C_n^+(\omega,0) + (G * W_p)]} \qquad (6.39)$$

die Bestimmungsgleichung zur Berechnung von τ_a aus den vorgegebenen Übertragungsfunktionen W_p.

Bei der Anwendung des Inversionsverfahrens auf die 5 vorhandenen Frequenzen sollte sich im Idealfall die gleiche Leitfähigkeitsverteilung von $\tau_a(y)$ ergeben. Diese Forderung könnte eine erste Kontrollmöglichkeit für das Normalmodell sein.

Da in (6.39) sowohl der phasengleiche als auch der phasenverschobene Anteil der Übertragungsfunktionen W_p eingeht, ist die resultierende integrierte Leitfähigkeit τ_a nicht notwendig eine reelle Funktion von y. Der auftretende Imaginärteil von τ_a sollte im Verhältnis zu seinem Realteil durch geeignete Wahl von τ_n und der Parameter des Substratums möglichst klein gemacht werden. Es liegt nahe, darin

ein zweites Kriterium für die Güte des Normalmodells $\sigma_n(z)$ zu suchen.

Der Versuch, diese beiden Kriterien als Maß für die beste Angleichung des Normalmodells an die Beobachtungen zu nehmen, führt bei den vorliegenden Untersuchungen zu keinem befriedigenden Erfolg. Bei Variation der Parameter τ_n, d_i und ρ_i (i=1, 2, 3, 4) lassen sich für immer schlechter leitenden Untergrund Modelle finden, bei denen die Kriterien besser erfüllt sind als bei dem Modell, das die Beobachtungen am besten erklärt.

Es sollen z.B. die beiden im Text von Abb.24 angegebenen Modelle miteinander verglichen werden. Das Inversionsverfahren nach (6.39) liefert dazu den phasengleichen und phasenverschobenen Anteil von τ_a. Die Mittelwerte von $\tau = \tau_a + \tau_n$ über 5 Frequenzen und die zugehörigen Streuungen sind in Abb.24 über dem Beobachtungsprofil dargestellt. Die folgende Tabelle zeigt, daß sowohl die relative Streuung s des Realteils von τ für die 5 Frequenzen

$$s \Big/ \overline{\mathrm{Re}(\tau)}^{N_f} \tag{6.40}$$

als auch der Betrag des über die Frequenzen gemittelten Verhältnisses von Imaginärteil zu Realteil von τ

$$\overline{\left|\mathrm{Im}(\tau) \,/\, \mathrm{Re}(\tau)\right|}^{N_f} \tag{6.41}$$

am Ort der Grabenmitte bei Modell 2 deutlich kleinere Werte annimmt als bei Modell 1:

	Modell 1	Modell 2
$\overline{\mathrm{Re}(\tau)}^{N_f} \pm s$	$(1840 \pm 110)\ \Omega^{-1}$	$(940 \pm 35)\ \Omega^{-1}$
$s \,/\, \overline{\mathrm{Re}(\tau)}^{N_f}$	0.060	0.037
$\overline{\lvert \mathrm{Im}(\tau) \,/\, \mathrm{Re}(\tau) \rvert}^{N_f}$	0.180	0.156
$C^-(\omega,0)$	(86 -1108) km	(338-1338) km
$\lvert j_{nx}/H_{ny} \rvert$	0.24	0.49

Obwohl Modell 2 die o.a. Kriterien besser erfüllt als Modell 1, so stellt dennoch der schlecht leitende Halbraum (Modell 2) nur eine ungenügende Angleichung an das Beobachtungsmaterial dar (s. Abschnitt 6.4.1.). Für das Vierschichtenmodell (Modell 1) hingegen wird sich herausstellen, daß es die Beobachtungen bestmöglich erklärt (s. Abschnitt 6.4.2.).

In der unteren Zeile der o.a. Tabelle ist der in der Deckschicht fließende normal induzierte Anteil des Gesamtstroms für f=2 cph eingetragen. Er läßt sich mit (6.18) berechnen:

$$\frac{j_{nx}}{H_{ny}} = \tau_n \frac{E_{nx}}{H^+_{ny}}$$

Zusammen mit (6.25) und (6.33) ergibt sich daraus:

$$\frac{j_{nx}}{H_{ny}} = i\omega\mu_o\tau_n C^+(\omega,0) \ ,$$

$$= \frac{i\omega\mu_o\tau_n\, C^-(\omega,0)}{1+i\omega\mu_o\tau_n C^-(\omega,0)} \ ,$$

$$= \frac{i\,\eta_s}{1 + i\,\eta_s} \ , \qquad (6.42)$$

mit dem Induktionsparameter

$$\eta_s = \omega\mu_o\tau_n\, C^-(\omega,0) \ , \qquad (6.43)$$

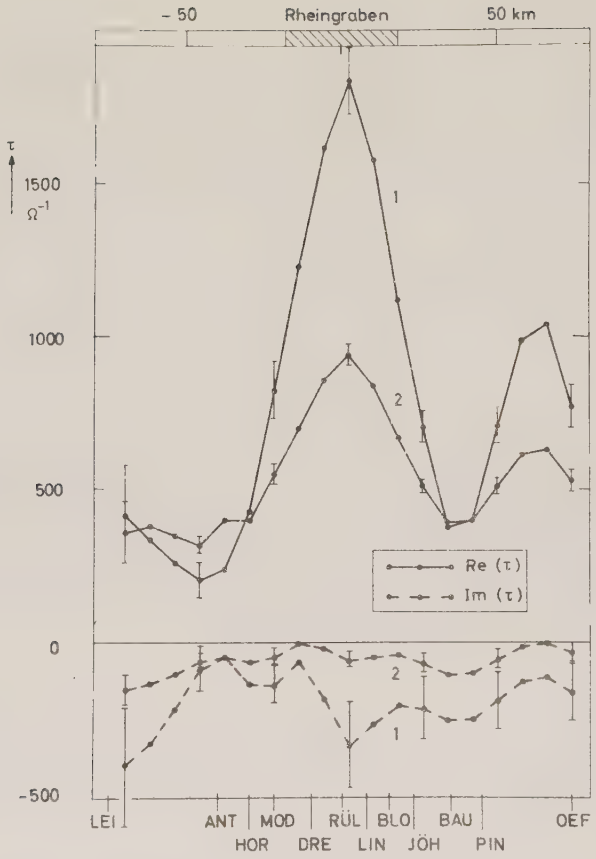

Abb.24:

Aus dem Inversionsverfahren für 5 Frequenzen gewonnene Mittelwerte mit Streuungen für den phasengleichen und phasenverschobenen Anteil von τ unter Vorgabe von $\tau_n = 400\ \Omega^{-1}$ und den Normalmodellen:

1:	2:
ρ_1=1000Ωm, d_1= 20 km	ρ =1000Ωm
ρ_2= 30 " , d_2= 50 "	
ρ_3=1000 " , d_3=220 "	
ρ_4= 10 "	

wobei $C^{-}(\omega,0)$ ebenfalls in o.a. Tabelle gegeben ist.

Während die Deckschicht über dem schlecht leitenden Halbraum beinahe die Hälfte des Gesamtstroms (49%) führt, fließt nur etwa ein Viertel (24%) in der Deckschicht über dem Vierschichtenmodell. Das Grundmodell (Abb.21) legt die Anomalie allein in die oberflächennahe Deckschicht; je größer der hier fließende Anteil des normal induzierten Gesamtstroms ist, desto besser scheinen die Kriterien (6.40) und (6.41) erfüllt zu sein.

Für die Praxis wurde ein Weg eingeschlagen, der nacheinander sowohl das Inversionsverfahren als auch Modellrechnungen berücksichtigt, wobei die Abweichungen δW_p der Beobachtungen von den entsprechenden berechneten Werten als Maß für die Güte der Anpassung dienten:

$$<\left|\delta W_p\right|> \;=\; \frac{1}{N_f}\,\frac{1}{N_p}\sum\sum\;\left|\,\delta W_p\,\right|\;, \qquad (6.44)$$

Anzahl der Frequenzen: $N_f = 5$

Anzahl der Profilpunkte: $N_p = 12$.

Zur Bestimmung dieser durchschnittlichen absoluten Differenz $<\left|\delta W_p\right|>$ wurde über die 5 vorkommenden Frequenzen und über 12 Profilpunkte (ein Profilstück von etwa 100 km Länge) gemittelt.

Gibt man sich die Werte für τ_n vor und legt lediglich fest, daß das Normalmodell vier Schichten haben soll, so erhält man auf diese Weise aus den Beobachtungen das mit (6.44) bestangepaßte Modell durch Variation der Parameter d_i und ρ_i $(i=1,2,3,4)$. Wie im einzelnen die freien Parameter kombiniert wurden, soll im nächsten Abschnitt ausführlich behandelt werden. Abb.25 und die im Text dazu angegebenen Parameter zeigen das Ergebnis der jeweils bestangepaßten Modelle für drei vorgegebene Werte von τ_n. Dabei stellte sich heraus, daß mit zunehmender Größe von τ_n bei diesen Beispielen die Anpassung immer besser wurde. Die durch Inversion ermittelte räumliche Verteilung von τ zeigt Abb.25. Die Kurven scheinen untereinander die gleiche Form zu haben und werden

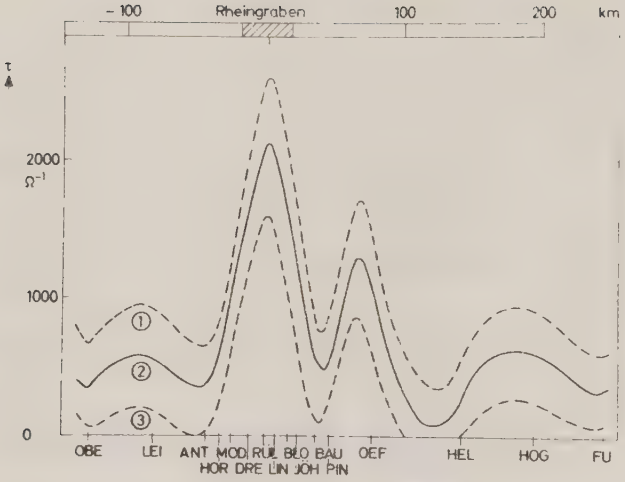

Abb.25:

Verteilung der integrierten Leitfähigkeit τ über dem Profil ermittelt aus dem Inversionsverfahren unter Annahme von drei unten angegebenen Werten von τ_n und folgenden dazu bestangepaßten Vierschichtenmodellen:

①	②	③
τ_n=800 Ω^{-1}	τ_n=400 Ω^{-1}	τ_n=150 Ω^{-1}
1000 Ωm, 25 km	1000 Ωm, 20 km	1000 Ωm, 30 km
3.3", 5 "	30 " , 50 "	50 " ,130 "
1000 " ,260 "	1000 " ,220 "	1000 " ,120 "
20 "	10 "	5 "

bei der Wahl größerer τ_n-Werte zu größeren Werten von $\tau = \tau_a + \tau_n$ verschoben. Wegen des Auftretens negativer Werte von τ ist Modell 3 physikalisch wenig sinnvoll. Vergleicht man das Maximum von τ in Grabenmitte mit dem in Abschnitt 6.2. (Abb.22) ermittelten Wert von τ_{max} = 2100 Ω^{-1},

so scheidet Modell 1 auch aus, und man erhält mit Modell 2 eine gute Übereinstimmung der integrierten elektrischen Leitfähigkeit mit dem aus Bohrlochmessungen und Sedimentmächtigkeiten bestimmten Ergebnis.

Die Leitfähigkeitsverteilung in der Deckschicht wurde also direkt aus den Beobachtungen gewonnen und anstatt τ_n vorzugeben, diente der aus anderen geophysikalischen Untersuchungen bekannte Wert von τ_{max} als Anhaltspunkt. Als erstes Ergebnis dieses Verfahrens erhält man für τ_{max} den Wert von ca. 400 Ω^{-1}, entsprechend 100 m Meerwasser mit dem spezifischen Widerstand von 0.25 Ωm. Das zweite Ergebnis ist die kontinuierliche Verteilung von τ in der Deckschicht mit einem Maximum von 2100 Ω^{-1} in Grabenmitte (Modell 2 der Abb.25).

Modell 1 ist in anderer Hinsicht interessant, da es zeigt, daß es bei entsprechender Wahl von τ_p und damit τ grundsätzlich möglich ist, angepaßte Modelle für den geschichteten Untergrund zu erhalten, wie sie LOSECKE (1970) mit magnetotellurischen Sondierungen nördlich Speyer gefunden hat.

Zum Verständnis bleibt noch zu erwähnen, daß die τ-Verteilung von Modell 2 in Abb.25 mit einem geringfügig verschiedenen Vierschichtenmodell schon vorlag, bevor dazu die für Modell 2 angegebenen Parameter für das Normalmodell durch Anpassung an die Beobachtung nach (6.44) bestimmt wurden. Wendet man darauf mit dem so erhaltenen Normalmodell wiederholt das Inversionsverfahren an, so erhält man durch die Glättung in den einzelnen Blöcken des Profils durchweg geringere Werte von τ, wie sie in Modell 1 der Abb.24 dargestellt wurden.

6.4. Anpassung der Leitfähigkeitsmodelle an die Beobachtungen

6.4.1. Einfache Leitfähigkeitsmodelle

Für die weitere Rechnung wurde die in Abschnitt 6.3. gewonnene Verteilung der integrierten Leitfähigkeit (Abb.25, Modell 2) und der Normalwert $\tau_n = 400\ \Omega^{-1}$ für die Deckschicht festgehalten und dazu die Anzahl der Schichten, die spezifischen Widerstände und Mächtigkeiten des Normalmodells so lange variiert, bis der Fehlerparameter (6.44) sein absolutes Minimum erreicht hatte.

Im Fall des idealen Leiters in der Tiefe h unter einer nicht leitenden Schicht (Abb.26a) wurden zunächst die Übertragungsfunktionen für die 5 Frequenzen einzeln angepaßt. Die folgende Tabelle gibt die zu den Frequenzen f bestangepaßten Tiefen h mit den jeweiligen Abweichungen $\frac{1}{N_p}\sum\left|\delta W_p\right|$ an:

f (cph)	$\frac{1}{N_p}\sum\left\|\delta W_p\right\|$	h (km)
0.5	0.079	270
1.0	0.102	175
2.0	0.138	100
4.0	0.149	65
6.0	0.139	35

Bei gleichzeitiger Berücksichtigung aller Frequenzen ergab sich h = 55 km. Hierbei und im Fall des homogenen Halbraums (Abb.26b) ist für das Untergrundmodell jeweils nur ein Parameter zu verändern. Man erhält hier das Minimum schon nach einer geringen Anzahl von Modellrechnungen. Ist der auf diese Weise bestimmte spezifische Widerstand für den Halbraum bekannt, so wurde dieser Wert für die erste Schicht des Zweischichtenmodells zunächst festgehalten, um die neu hinzukommenden Parameter d_1 und ρ_2 durch Minimierung nach (6.44) anzupassen. Dabei muß für eine der beiden Größen d_1 und ρ_2 zunächst eine Annahme gemacht werden. Die angepaßten Werte für

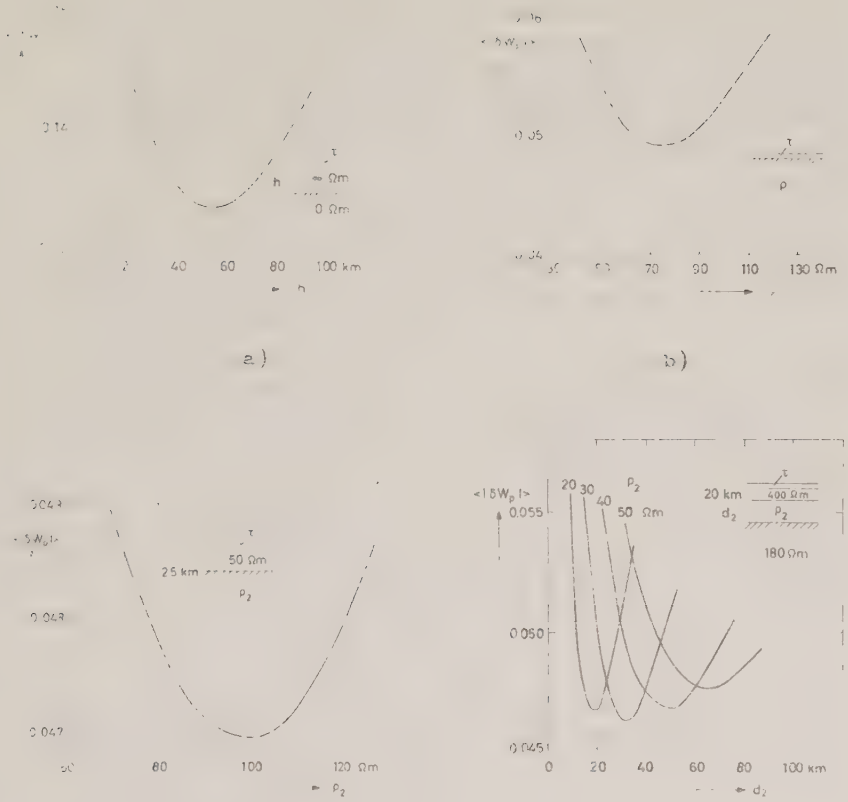

Abb. 26:

Durchschnittliche absolute Differenz $\langle|\delta W_p|\rangle$ zwischen Beobachtung und Modellrechnung bei Variation der freien Parameter a) eines idealen Leiters in der Tiefe h, b) eines homogenen Halbraums, c) eines Zweischichtenmodells, d) eines Dreischichtenmodells.

d_1 und ρ_2 wurden nun festgehalten, um durch Anpassung nach (6.44) einen verbesserten Wert für den Widerstand der ersten Schicht ρ_1 zu erhalten. Darauf wurden die Parameter d_1 und ρ_2 erneut durch Variation verbessert. Diese Prozedur wurde solange durchgeführt, bis keine Verbesserung, d.h. Verminderung der Größe $<|\delta W_p|>$, mehr zu erreichen war. Abb.26c zeigt die Minimierungskurve für ρ_2, nachdem ρ_1 und d_1 schon bestmöglich angepaßt sind.

Ganz ähnlich wurde im Dreischichtenfall vorgegangen, wobei die bekannten Parameter des Zweischichtenfalls als Ausgangsbasis benutzt wurden. Abb.26d zeigt die Approximation in dem Stadium, wo die Kurvenscharen für ρ_2 und d_2 variiert werden, während d_1, ρ_1 und ρ_3 schon angepaßt sind. Von dem in Abb. 26a dargestellten Modell ausgehend, erkennt man bei den jeweils folgenden Modellen (Abb.26b, c und d) mit zunehmender Anzahl der Schichten eine durch die Minima von $<|\delta W_p|>$ ausgedrückte Verbesserung der Anpassung.

Das Ergebnis dieser Methode für die vier erwähnten Modelle zeigt Abb.27. In einer dreidimensionalen Darstellung erkennt man den für alle Modelle festgehaltenen Verlauf der integrierten Leitfähigkeit über dem Rheingraben mit den angegebenen Werten für τ_n und τ_{max}. Darunter sind angepaßte Parameter des jeweiligen Normalmodells eingetragen. Versucht man die Beobachtungen durch die angegebenen Modelle bestmöglich zu erklären, so erhält man die folgenden wesentlichen Ergebnisse:

1. Für den spezifischen Widerstend des homogenen Halbraums erhält man einen ungefähren Wert von $\rho = 75\ \Omega m$.
2. Im Zweischichtenfall liegt der schlechte Leiter nicht wie erwartet unter der gut leitenden Deckschicht, sondern mit $\rho_2 = 100\ \Omega m$ unter einer 25 km mächtigen Schicht mit $\rho_1 = 50\ \Omega m$.
3. Erst im Dreischichtenmodell zeichnet sich eine gut leitende Zwischenschicht mit $d_2 = 35$ km und $\rho_2 = 30\ \Omega m$ ab. Die darüber und darunter liegenden Zonen schlecht leitenden Materials haben die Parameter $d_1 = 20$ km, $\rho_1 = 400\ \Omega m$ und $\rho_3 = 180\ \Omega m$.

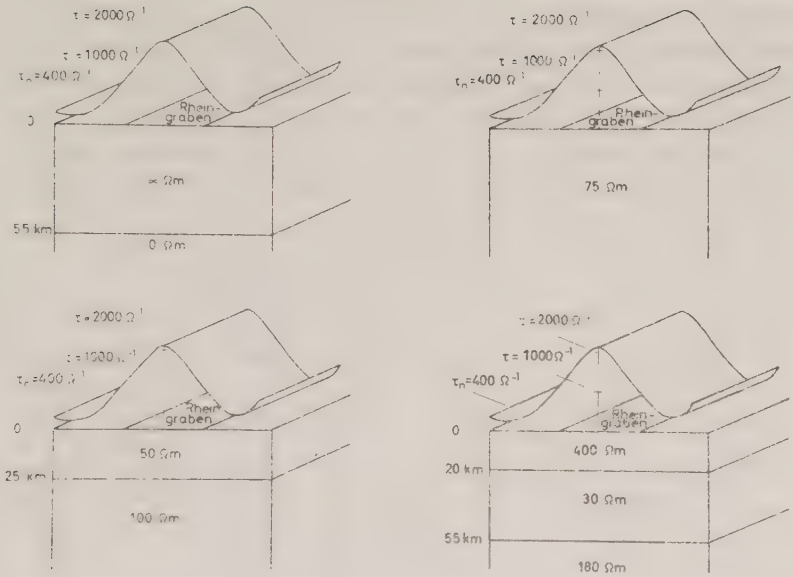

Abb.27:

Bestangepaßte zweidimensionale Modelle, bestehend aus einer inhomogenen dünnen Deckschicht und einer Reihe von homogenen ebenen Schichten darunter: a) idealer Leiter unter einer nicht leitenden Schicht, b) homogener Leiter, c) Zweischichtenmodell, d) Dreischichtenmodell.

6.4.2. Das Vierschichtenmodell

Im folgenden soll das in Abschnitt 6.4.1. beschriebene Verfahren zur Anpassung an die Beobachtungen für ein Vierschichtenmodell durchgeführt werden. Die in Abschnitt 6.3. gewonnene Verteilung der integrierten Leitfähigkeit wird wieder festgehalten. Von dem Ergebnis des Dreischichtenmodells ausgehend, werden die Parameter des Vierschichtenmodells variiert, um das jeweilige Minimum von $<|\delta W_p|>$ und damit die "besten" Werte von d_i und ρ_i zu finden. Abb.28 zeigt diese

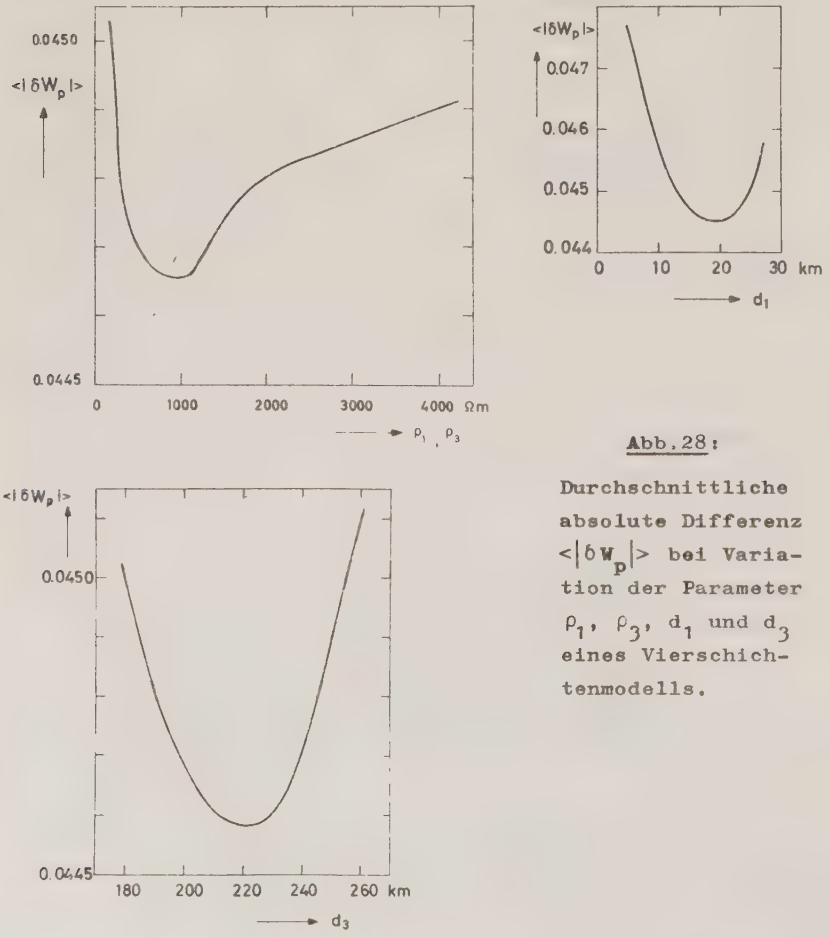

Abb.28: Durchschnittliche absolute Differenz $<|\delta W_p|>$ bei Variation der Parameter ρ_1, ρ_3, d_1 und d_3 eines Vierschichtenmodells.

Minima, nachdem alle Parameter angepaßt sind. Wie im Dreischichtenfall erhält man als zweite Schicht einen guten Leiter. In Abb.29 ist dieses Ergebnis bei gleichzeitiger Variation von spezifischem Widerstand und Mächtigkeit dargestellt. Das Minimum der Umhüllenden dieser Kurvenschar legt die bestangepaßten Werte für d_2 und ρ_2 fest.

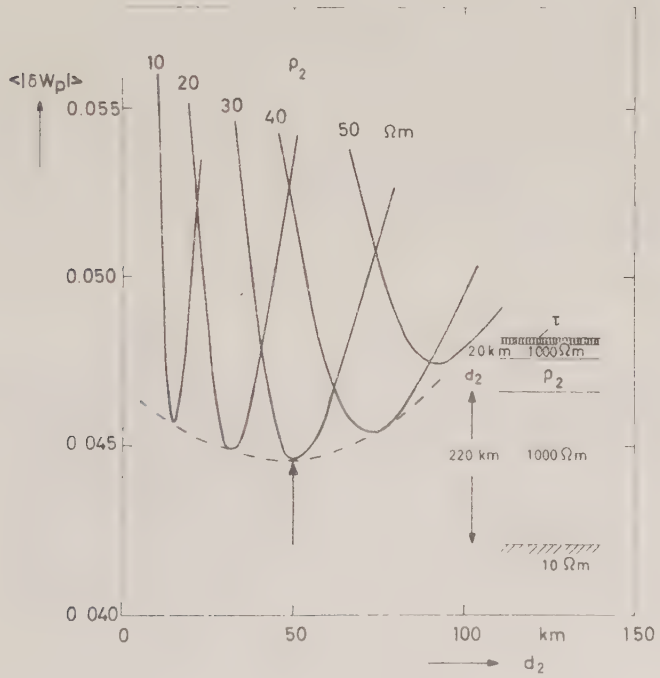

Abb.29:

Durchschnittliche absolute Differenz $<|\delta W_p|>$ als Funktion verschiedener Mächtigkeit und spezifischen Widerstands der zweiten Schicht eines Vierschichtenmodells. Die bestangepaßten Parameter ρ_2 und d_2 entsprechen dem Minimum der Umhüllenden.

Aus der Steilheit der Minima in Abb.28 und 29 kann man auf die Aussagekraft des Ergebnisses schließen. Die Angaben über Schichtmächtigkeiten und spezifische Widerstände scheinen mit zunehmender Tiefe unsicherer zu werden, zusätzlich scheint der Streubereich für ρ_i noch mit der Größe des Widerstandes zu wachsen. Der kleinste Wert für die durchschnittliche absolute Differenz zwischen Beobachtung und Rechnung liegt ungefähr bei $< |\delta W_p| > = 0.0446$.

Der Versuch, ein Fünfschichtenmodell anzupassen, lieferte keinen kleineren Wert. Damit ist hier die Grenze des durch die Beobachtungen für die fünf Frequenzen festgelegten Informationsgehaltes erreicht. Abb.30 zeigt, wie mit zunehmender Anzahl der Schichten die Anpassung verbessert werden konnte, wobei die eingetragenen Werte den Abb.26, 28 bzw. 29 entnommen wurden.

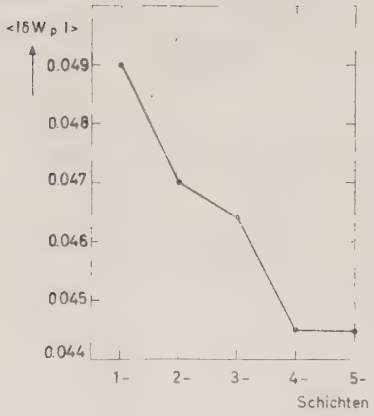

Abb.30:

Verbesserung der Anpassung mit zunehmender Anzahl der Schichten des Normalmodells.

Für die Schwankungsbreiten der Parameter im Vierschichtenmodell wurden empirisch diejenigen Werte festgelegt, die bei $< |\delta W_p| > = 0.045$ abzulesen sind; dieser Wert von 0.045 liegt um etwa 10 % höher als das absolute Minimum. Abb.31 zeigt das endgültige Resultat dieser Arbeit mit der in Abschnitt 6.3. (Abb.25, Modell 2) festgelegten Leitfähigkeitsvertei-

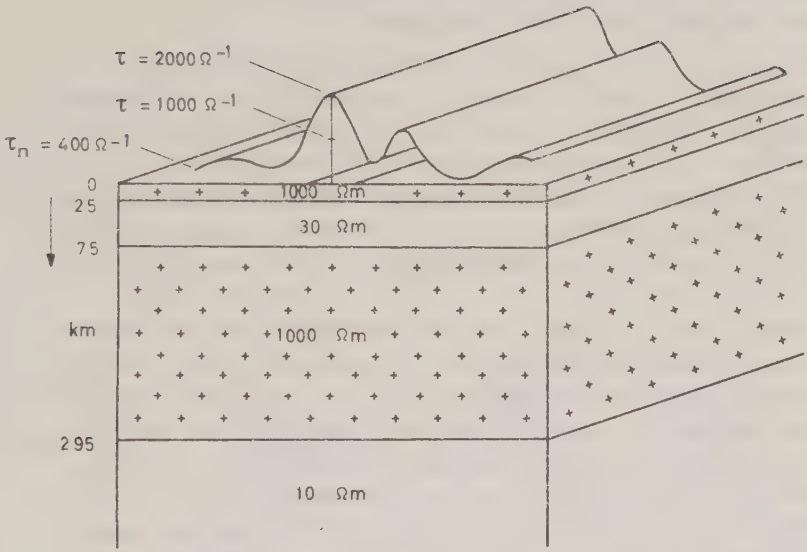

Abb. 31:

Dreidimensionale Darstellung des Vierschichtenmodells mit lateralen Leitfähigkeitsänderungen in der Deckschicht. Die bestangepaßten Parameter fordern die Existenz einer gut leitenden Zwischenschicht im oberen Mantel. Die Tabelle gibt die geschätzten Schwankungsbreiten der entsprechenden Untergrundparameter an:

i	h_i (km)	ρ_i (Ωm)
1	18 - 29	300 - 8000
2	50 - 90	18 - 35
3	255 - 330	300 - 8000
4	∞	4 - 18

lung in der Deckschicht und dem dazu bestangepaßten Vierschichtenmodell in einer dreidimensionalen Darstellung. Das Normalmodell mit den eingezeichneten Werten für h_i und ρ_i

und den im Text angegebenen, geschätzten Schwankungsbreiten hat folgende wesentliche Eigenschaften:

Unter dem schlecht leitenden Material des kristallinen Grundgebirges ($\approx 1000\ \Omega m$) muß in 25 km Tiefe eine gut leitende Schicht angenommen werden, die einen spezifischen Widerstand von 30 Ωm hat. Dieser Zwischenschicht von etwa 50 km Mächtigkeit folgt eine Zone hohen spezifischen Widerstands ($\approx 1000 \Omega m$). Zwischen 255 km und 330 km macht sich die Konduktosphäre mit einem Widerstand von näherungsweise 10 Ωm bemerkbar.

Abb.32 gibt einen Eindruck von der Übereinstimmung zwischen beobachteten und gerechneten W_p-Profilen. Hierbei wurde das bestangepaßte Vierschichtenmodell von Abb.31 zugrunde gelegt und die Kurven für 5 verschiedene Frequenzen dargestellt. Das Verhalten der integrierten Leitfähigkeit in der Deckschicht, ermittelt aus dem Inversionsverfahren, ist in der Abbildung unten rechts angegeben. Beste Übereinstimmung erhält man für den phasengleichen Anteil von W_p bei 1 cph. Größere Abweichungen sind besonders in den phasenverschobenen Anteilen von W_p für alle Frequenzen und in den phasengleichen Anteilen für die niedrigste Frequenz (0.5 cph) und die höchste Frequenz (6 cph) zu erkennen.

Die Ursache für die nicht unerhebliche, verbleibende Abweichung liegt einerseits sicherlich bei der für die Randfrequenzen (0.5 und 6.0 cph) nur unsicher bestimmbaren Übertragungsfunktion. Für eine genauere Analyse müßte der Fre-

---

Text zu Abb.32:

Vergleich der empirischen Übertragungsfunktionen (Polygonzug) mit den Modellkurven des Vierschichtenmodells (s. Abb.31) für den phasengleichen und phasenverschobenen Anteil und für 5 Frequenzen. Die zugehörige Leitfähigkeitsverteilung $\tau = \tau(y)$ in der Deckschicht ist unten rechts dargestellt.

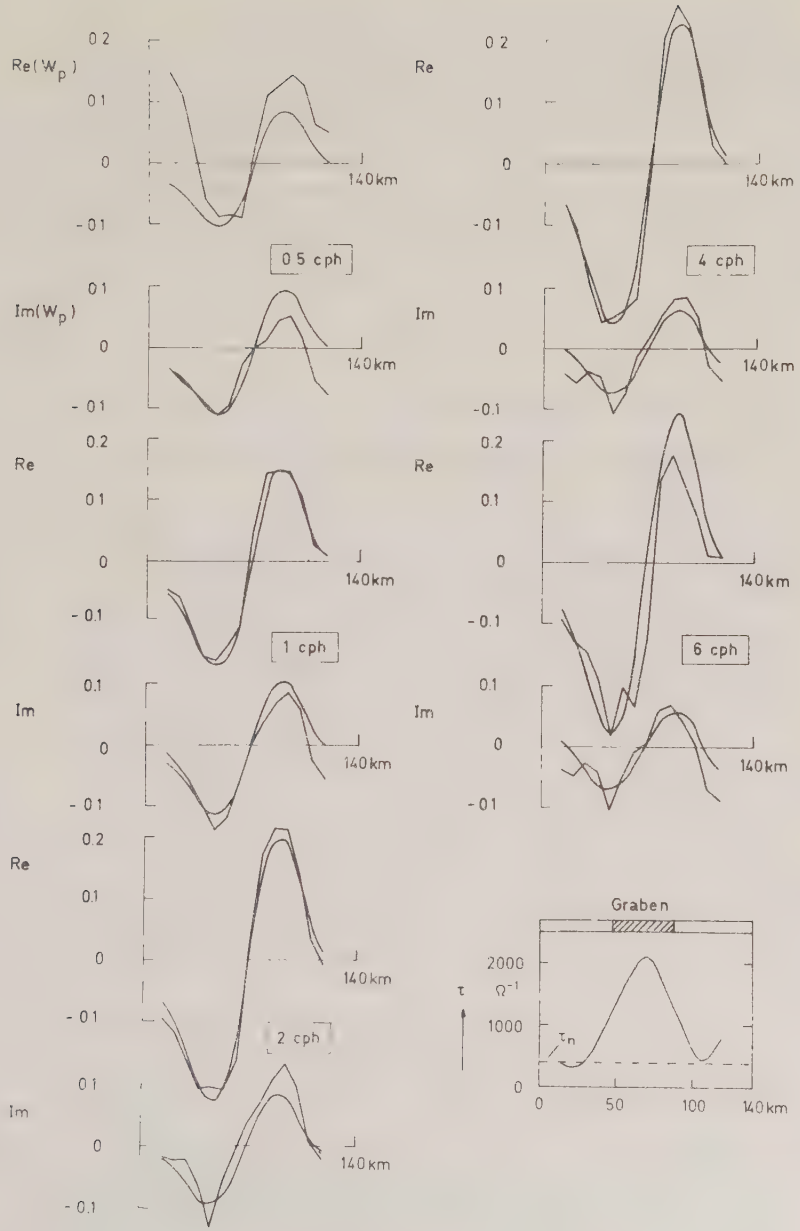

Abb.32: Text auf S.88

quenzbereich wesentlich erweitert werden; dies könnte für die niedrigen Frequenzen mit einer längeren Registrierzeit, für die hohen Frequenzen mit dem Einsatz zusätzlicher Pulsationsstationen erreicht werden. Andererseits können Abweichungen auch darauf zurückzuführen sein, daß das Grundmodell die Wirklichkeit nicht zutreffend beschreibt, d.h. daß Abweichungen von der Zweidimensionalität oder Inhomogenitäten im tieferen Untergrund berücksichtigt werden müssen.

6.5. Diskussion des Ergebnisses

6.5.1. Vergleich mit bekannten Leitfähigkeitsmodellen

Die einzigen Modellrechnungen, die bisher für eine zweidimensionale Widerstandsverteilung auf dem hier betrachteten Profil (Profil II)[1] vorliegen, hat SCHEELKE [1972,1973] zur Interpretation magnetotellurischer Messungen durchgeführt. Das optimale Modell für den tieferen Untergrund fordert unter dem hochohmigen Material ($1000 \leq \rho_1 \leq 5000\ \Omega m$) eine gut leitende Zwischenschicht in 20 - 30 km Tiefe mit $20 \leq \rho_2 \leq 50\ \Omega m$. In 40 - 65 km Tiefe folgt eine schlecht leitende Zone mit $1000 \leq \rho_3 \leq 5000 \Omega m$, die in 160 - 250 km Tiefe in einen niederohmigen Halbraum mit $7 \leq \rho_4 \leq 15\ \Omega m$ übergeht. Diese Angaben stimmen im wesentlichen mit den Ergebnissen dieser Arbeit (Abschnitt 6.4.2.) überein. Man erhält damit auf anderem Wege eine zusätzliche Sicherheit der Aussage, insbesondere über die Existenz der gut leitenden Zwischenschicht.

Die von NAUMANN [1970] gerechneten Modelle interpretieren Variationen, die auf Profil I[1] aufgezeichnet worden sind. Bei den vergleichbaren Modellen mit einem idealen Leiter

---

1) In Übereinstimmung mit der Benennung in anderen geophysikalischen Untersuchungen am Oberrheingraben:
Profil I - senkrecht zum Rheingraben südlich Straßburg,
Profil II - senkrecht zum Rheingraben bei Karlsruhe.

unter nicht leitendem Material - mit angenommenen Werten für laterale Leitfähigkeitsunterschiede in der Deckschicht darüber - liegt der ideale Leiter für die entsprechenden Frequenzen um den Faktor 2 bis 3 tiefer als bei den in Abschnitt 6.4.1. für Profil II ermittelten Werten. Ursache für diese Differenzen können u.a. die verschiedenen Annahmen für die Deckschicht-Widerstandsverteilung, die anderen Bedingungen des um etwa 100 km weiter südlich liegenden Meßprofils und die für eine exakte Auswertemethode fehlenden Phasenbeziehungen zwischen den Komponenten des erdmagnetischen Feldes sein.

Aus tellurischen Messungen am Oberrheingraben schließt HAAK [1970] auf einen engen Zusammenhang zwischen den Amplituden des erdelektrischen Feldes und der integrierten Leitfähigkeit der Deckschicht entlang einem Profil. Aus dem Vergleich elektrischer Registrierungen E_x und E_y an verschiedenen Orten lassen sich außerdem über die Richtungsabhängigkeit der Impedanz E_x/H_y und E_y/H_x Vorzugsrichtungen ermitteln, aus denen das Streichen geologischer Strukturen abgeleitet werden kann. Die Ergebnisse aus diesen Untersuchungen stimmen qualitativ mit den aus Inversion (Abschnitt 6.3.) gewonnenen Angaben überein.

Im Rahmen der magnetotellurischen Untersuchungen von REITMAYR [1971] und HAAK und REITMAYR [1973] wurden für zwei ausgewählte Stationen (45 km westlich bzw. 120 km östlich der Rheingrabenmitte auf Profil I) eindimensionale Modelle gerechnet. Man fand an beiden Stationen in 70 - 90 km Tiefe Zonen niedrigen spezifischen Widerstands mit Mächtigkeiten von etwa 20 km. Der Vergleich mit den Ergebnissen dieser Arbeit und den Angaben von SCHEELKE zeigt Differenzen von etwa 60 km in den Tiefenangaben für die Oberkante des guten Leiters. Sollte dieses Ergebnis durch zweidimensionale Modellrechnungen bestätigt werden, so könnte von einer Aufwölbung der niederohmigen Schicht unter dem Rheingraben gesprochen werden.

Ausführliche Zusammenfassungen der Ergebnisse aus magneto-

tellurischen Untersuchungen in Europa gibt FOURNIER [1970] und FOURNIER et al. [1971]. Auch hier verlangt die Interpretation für die meisten Stationen ein Vierschichtenmodell: eine erste schlecht leitende Schicht mit Widerständen von einigen tausend Ohmmeter, eine gut leitende Zwischenschicht in Tiefen von 30 bis 150 km mit Mächtigkeiten von etwa 50 km und Widerständen von 10 bis 100 Ωm wiederholt eine hochohmige Schicht der Größenordnung von einigen tausend Ohmmeter und schließlich eine letzte gut leitende Schicht mit 1 Ωm oder weniger, für die z.B. an vier Stationen in Frankreich eine Tiefe von 760 km gefunden wurde. Für das Gebiet des Rheingrabens liegen keine Werte vor. Die Ergebnisse dieser Arbeit (s. Abschnitt 6.4.2.) liegen jedoch durchweg innerhalb der o.a. Schwankungsbreiten der mit magnetotellurischen Methoden für Europa repräsentativen Angaben. Inwieweit am Rheingraben Abweichungen vom Normalfall vorliegen, könnte erst nach einer genauen Analyse gleichartigen Datenmaterials mit großer Stationsdichte am Oberrheingraben geklärt werden.

Die Kugelfunktionsanalyse von langsamen und daher tief eindringenden Variationen (S_q und D_{st}) liefert als Übertragungsfunktionen des Quellenfeldes für jede Station eine Reihe von induktiven Skalenlängen

$$C_n^m(\omega) = z^*(\omega) - \frac{i\, p^*(\omega)}{2} \quad , \tag{6.45}$$

die Information über die innere Widerstandsverteilung $\rho(z)$ enthalten [SCHMUCKER 1970 b]. Der Übertragungswert $C_n^m(\omega)$ wird hier dargestellt als ein von der Tiefe z^* abhängiger modifizierter scheinbarer Widerstand

$$\rho^* = \frac{\omega \mu_o (p^*)^2}{2} = 2\omega\mu_o [\mathrm{Im}(C_n^m)]^2 \quad . \tag{6.46}$$

Für die halbtägige und dritteltägige Welle sind die von SCHMUCKER ermittelten Werte für Fürstenfeldbruck (FU) in das z^*, ρ^* - Diagramm eingetragen (Abb.33 und 34).

Berechnet man C_n^m für das Vierschichtenmodell der Rheingraben-

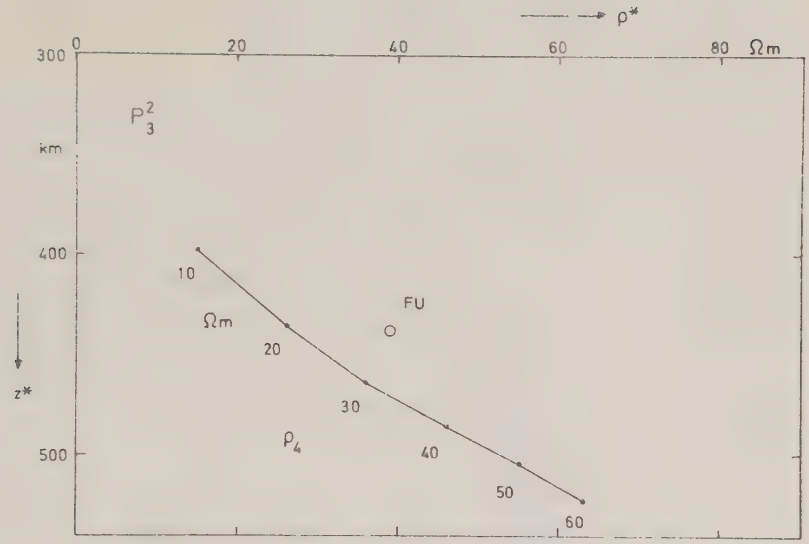

Abb.33:

Modifizierter scheinbarer Widerstand ρ^* für die 2. Harmonische der S_q-Variation (T=12 h) über der Tiefe z^* aufgetragen. Als Anregung wurde ein P_3^2-Feld angenommen. Eingetragen ist der Wert für Fürstenfeldbruck und die Werte für das Vierschichtenmodell der Rheingrabenanomalie (Abschnitt 6.4.2.), wobei der spezifische Widerstand ρ_4 der untersten Schicht von 10 Ωm bis 60 Ωm variiert wurde.

anomalie, so erhält man den bei ρ_4 = 10 Ωm eingetragenen Wert im z^*, ρ^*-Diagramm. Es wurde versucht, durch Variation des spezifischen Widerstandes ρ_4 der untersten Schicht dem z^*, ρ^*-Wertepaar von Fürstenfeldbruck möglichst nahe zu kommen. Beste Übereinstimmung für die Frequenzen 2 cpd und 3 cpd erhält man für $30 \leq \rho_4 \leq 40$ Ωm (Abb.33 und 34). Eine bessere Anpassung an die aus langperiodischen Variationen bekannten induktiven Skalenlängen C_3^2 und C_4^3 für die am süd-

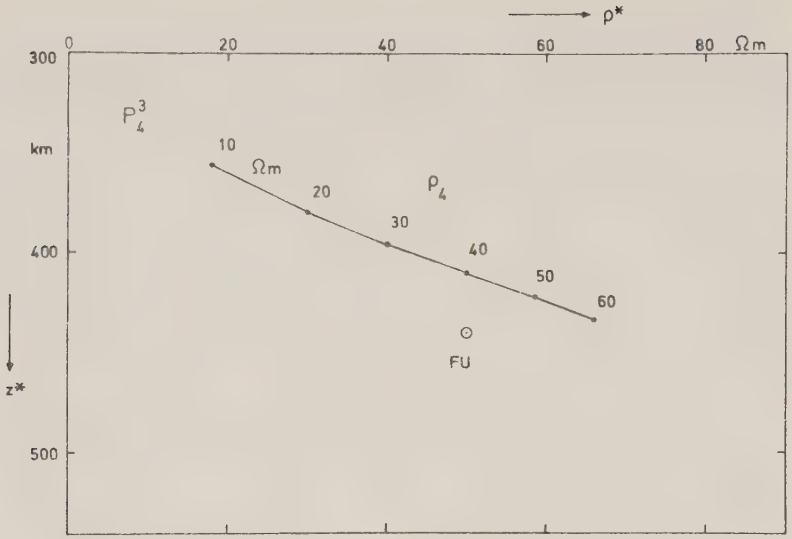

Abb.34:

Modifizierter scheinbarer Widerstand ρ^* für die 3. Harmonische der S_q-Variation (T = 8 h) über der Tiefe z^* aufgetragen. Als Anregung wurde ein P_4^3-Feld angenommen. Siehe auch Text von Abb.33.

östlichen Rand des Untersuchungsgebiets liegende Station Fürstenfeldbruck kann demnach erreicht werden, wenn im Vierschichtenmodell der Widerstand des in etwa 300 km Tiefe beginnenden Halbraums um den Faktor 3 bis 4 erhöht wird.

Von LAHIRI und PRICE [1939] wurden globale Widerstandsverteilungen berechnet, die im Einklang mit dem inneren Anteil der S_q- und D_{st}-Variationen stehen. Die mit Modell "d" bezeichnete Widerstandsverteilung besteht aus einer dünnen Oberflächenschicht von 500 m Meerwasser und einem darunter langsam abnehmenden spezifischen Widerstand entsprechend

$$\rho(r) \sim (r/R)^{37} \qquad (6.47)$$

R: Erdradius

r: Entfernung vom Erdmittelpunkt.

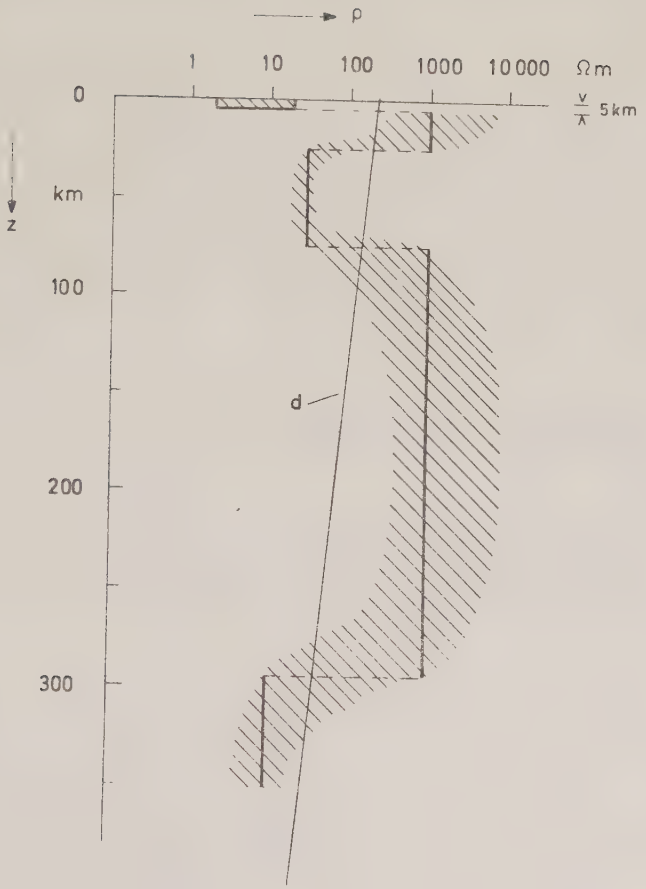

Abb.35:

Vergleich des Vierschichtenmodells der Rheingrabenanomalie (Abschnitt 6.4.2.) mit Modell "d" von LAHIRI und PRICE im ρ, z-Diagramm. Die Schraffuren kennzeichnen die Schwankungsbreiten der Widerstandswerte.

Der spezifische Widerstand beginnt bei z = 0 mit einem Wert von 250 Ωm und erreicht z.B. bei z = 300 km den Wert von etwa 40 Ωm.

Diese Verteilung ist zusammen mit der des Vierschichtenmodells in Abb.35 dargestellt. Die Schraffuren deuten die Schwankungsbreiten der zugehörigen Widerstandswerte an. Für die Deckschicht des Rheingrabenmodells sind Widerstandswerte von 2.4 - 20.3 Ωm entsprechend einer Sedimentmächtigkeit von 5 km eingetragen. Die Widerstandsverteilung des Vierschichtenmodells ist mit Tendenz und Streuung in guter Übereinstimmung mit der für den kontinentalen Durchschnitt berechneten Verteilung von Modell "d".

6.5.2. Vergleich mit anderen geophysikalischen und geologischen Beobachtungen

Das Material des oberen Mantels stellt man sich als Halbleiter vor, d.h. als Isolator bei niedrigen Temperaturen und als elektrischen Leiter bei hohen Temperaturen. Die Temperaturabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit kann durch

$$\sigma(T) = \sum_i \sigma_i \exp(-E_i/kT) \qquad (6.48)$$

beschrieben werden, wobei T die absolute Temperatur und k die BOLTZMANN-Konstante ist, E_i Aktivierungsenergien und σ_i Konstanten sind. Die Parameter E_i und σ_i gelten jeweils für einen begrenzten Bereich von T unter verschiedenen, festgelegten Bedingungen und sind nur schwach druckabhängig.

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse aus Laborversuchen am Olivinsystem, als typisches Mantelmaterial, gibt SCHULT [1973]. In Abb.36 ist die Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes von der Temperatur mit dem Druck als Parameter als Ergebnis der Untersuchungen verschiedener Autoren dargestellt. Die Streuungen der unter sehr verschiedenen experimentellen Bedingungen gemachten Versuche sind so groß, daß nur unsichere Angaben gemacht werden können.

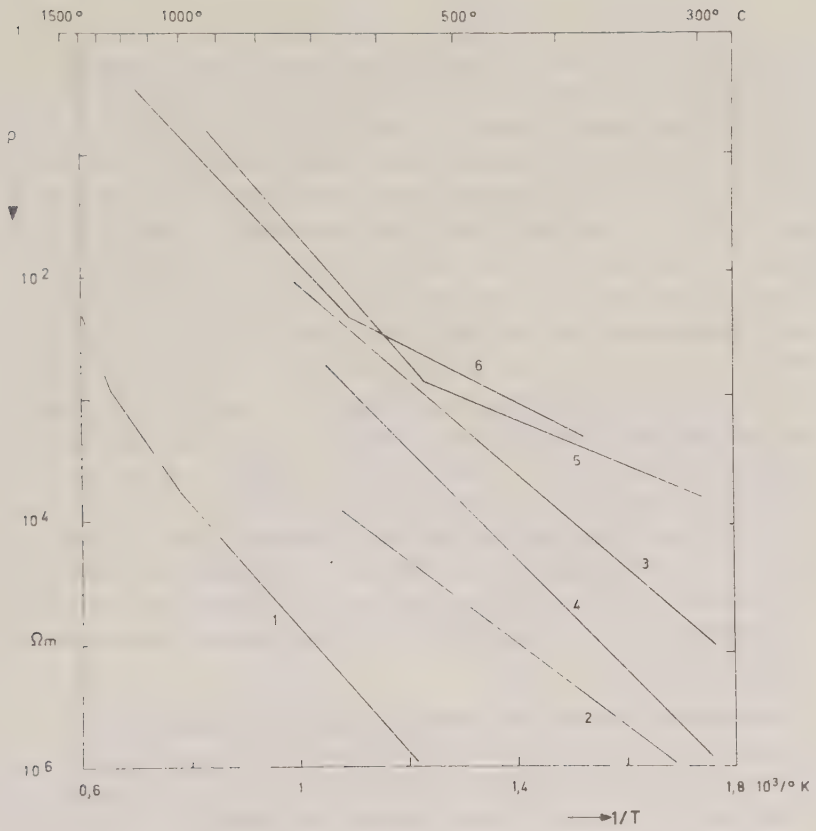

Abb. 36:

Der spezifische Widerstand von Olivinen in Abhängigkeit von der Temperatur und den folgenden Parametern (Ergebnisse verschiedener Autoren aus SCHULT [1973]):

Kurve	Typ	Fe_2O_3 Gew.%	Fayalit Mol %	Druck kbar
1	Einkristall	≤ 0.02	9.4	8
2	Einkristall	0.16	8.2	7.5
3	Einkristall	unbek.	26.4	7.5
4	Polykristall	0.6	10	23
5	Einkristall	0.5	11	30
6	Polykristall	0.4	8.6	35

Legt man z.B. Olivin mit einem hohen Gehalt von Eisen-III-Oxyd zugrunde, so erhält man entsprechend dem Widerstand von 30 Ωm für die gutleitende Schicht zwischen 25 und 75 km Tiefe des optimalen Modells der Rheingrabenanomalie (Abschnitt 6.4.2.) eine Temperatur von etwa 800° C (Kurven 5 und 6 der Abb.36). Die darauf folgende schlecht leitende Zone mit 300 - 8000 Ωm könnte nach SCHULT hauptsächlich aus Olivin mit keinem oder nur sehr geringem Fe_2O_3-Gehalt bestehen. Unter diesen Bedingungen würden in dieser Schicht zwischen 75 und etwa 300 km Temperaturen zwischen 1000° und 1400° C herrschen (Kurve 1 der Abb.36).

Aus refraktionsseismischen Untersuchungen im nördlichen Teil des Oberrheingrabens leiteten MEISSNER und BERCKHEMER [1967] und MEISSNER et al. [1970] eine Zone erniedrigter seismischer Geschwindigkeit ab, deren Oberkante in etwa 25 km Tiefe liegt. Auch im südlichen Teil des Oberrheingrabens wurde diese Schicht in einem aus refraktions- und reflexionsseismischen Messungen gewonnenen Modell von MÜLLER et al. [1967] und ANSORGE et al. [1970] in etwa der gleichen Tiefe nachgewiesen.

In Fortsetzung dieser intensiven explosionsseismischen Erforschung wurden Tiefenlinienpläne ermittelt, nach denen sich die Krusten-Mantel-Grenzfläche im südlichen Teil des Rheingrabens bis zu Tiefen von 24-25 km aufwölbt, um nach Süden und Nordwesten bis auf etwa 30 km abzufallen. Man erhielt eine Halbwertsbreite von 150 km und eine für den obersten Mantel fast normale P_n-Geschwindigkeit von etwa 8.1 km/s.

Eine Verteilung der P- und S-Wellen-Geschwindigkeiten, die bis in den oberen Erdmantel hineinreicht, wurde von REICHENBACH und MÜLLER [1973] aus der Dispersion von RAYLEIGH-Wellen für das Riftsystem um den Rheingraben abgeleitet. Hiernach wird die Asthenosphäre, in der die seismischen Geschwindigkeiten herabgesetzt sind, in eine Tiefe zwischen 80 km und 280 km gelegt.

Ein direkter Zusammenhang zwischen den elektrisch gutleiten-

den Schichten des Leitfähigkeitsmodells der Abb.31 (Abschnitt 6.4.2.) und Zonen erniedrigter seismischer Geschwindigkeit scheint sich am Oberrheingraben nicht abzuzeichnen. Jedoch sind sämtliche Übergänge des Leitfähigkeitsmodells in den Schichtgrenzen seismischer Modelle wiederzuerkennen. Insbesondere fällt auch der Übergang von 1000 Ωm auf 30 Ωm an der mit der seismisch ermittelten Krusten-Mantel-Grenze in 25 km Tiefe zusammen.

Für die Schichtgrenzen des oberen Mantels könnte aus der Geschwindigkeitsabnahme elastischer Wellen mit zunehmender Temperatur ein möglicher Zusammenhang mit den weiter oben abgeleiteten Temperaturen hergestellt werden: Mit den o.a. Zusammensetzungen des Mantelmaterials (insbesondere des Fe^{3+}-Gehaltes) könnte die Schicht zwischen 25 km und 75 km mit der normalen Temperatur um 800° C die normalen P_n-Geschwindigkeiten in diesen Tiefen erklären, während die erhöhten Temperaturen zwischen 1000° C und 1400° C in der darauf folgenden Schicht (75 - 295 km) eine Erklärung für die in der Asthenosphäre herabgesetzten seismischen Geschwindigkeiten sein könnten.

Diese Überlegungen sollen nicht die einzig mögliche Deutung eines Zusammenhangs darstellen, der gewiß noch von anderen Faktoren abhängen kann; denn für eine eindeutige Interpretation sind die Parameter Temperatur, Druck und vor allem Materialzusammensetzung des oberen Mantels noch nicht genügend bekannt.

Auf die Entstehung und Bewegungsmechanismen des Oberrheingrabens, als Glied einer von Westeuropa bis Afrika reichenden Kette geologischer Gräben (rift system), kann in diesem Rahmen nicht näher eingegangen werden. Es sei verwiesen auf die ausführliche Behandlung der Grabentektonik von ILLIES [1967,1970]. Einen direkt sichtbaren Zusammenhang der Ergebnisse der Erdmagnetischen Tiefensondierung mit denen der Geologie zeigt Abb.37. Die aus der zweidimensionalen Modellvorstellung und direkte Inversion der Beobachtungen ermittelte Verteilung der integrierten Leitfähigkeit der Oberflächenschicht (s. Abb.25, Kurve 2) zeigt - in einer perspekti-

Abb. 37:

Zeichenerklärung:

Q Quartär	k Keuper	P Perm
T Tertiär	m Muschelkalk	c Karbon
J Jura	b Buntsandstein	de Devon
	G Grundgebirge	

Die integrierte Leitfähigkeit der Oberflächenschicht über dem kristallinen Grundgebirge, abgeleitet durch direkte Inversion der empirischen Übertragungsfunktionen und perspektivisch dargestellt in einer vereinfachten geologischen Karte von Südwestdeutschland.

vischen Darstellung - ihre laterale Änderung mit dem verschiedenen Material geologischer Formationen.

Neben den beiden Maxima an Gebieten gutleitender Sedimente in Grabenmitte ($2100\ \Omega^{-1}$) und etwa 70 km östlich davon ($1200\ \Omega^{-1}$) gibt es Minima an den Grabenrändern und an der Schwäbischen Alb, wo der Einfluß hochohmigen Oberflächenmaterials sichtbar wird.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß es möglich ist, mit Methoden der Erdmagnetischen Tiefensondierung quantitative Aussagen über zweidimensionale Leitfähigkeitsverteilungen in der Erdkruste und im oberen Erdmantel zu machen, die sich ihrerseits in den Rahmen der bekannten Leitfähigkeitsmodelle einordnen lassen und am Fall des Oberrheingrabens konkrete Vergleichsmöglichkeiten mit den Untersuchungen aus anderen Disziplinen der Geophysik und der Geologie bieten.

7. Zusammenfassung

Das anomale Verhalten der erdmagnetischen Variationen im Gebiet des Oberrheingrabens wurde an 17 Stationen auf einem 400 km langen Profil vom Moseltal bis ins Alpenvorland aufgezeichnet, analysiert und zur Bestimmung der Leitfähigkeitsverteilung mit zweidimensionalen Modellrechnungen interpretiert.

Den Angaben über das Meßgebiet, die verwendete Apparatur sowie die Datenaufbereitung folgt die Beschreibung eines auf die vorliegenden Beobachtungen angewandten numerischen Filterverfahrens. Die Momentanwerte der drei gefilterten Feldkomponenten, abgelesen im Extremum der Vertikalkomponente, liefern mit Hilfe der Ausgleichsrechnung Länge und Richtung des geomagnetischen Induktionspfeils, dessen Orts- und Periodenabhängigkeit Aussagen über die räumliche Ausdehnung der Anomalie zulassen.

Nach harmonischer Analyse der drei Komponenten des erdmagnetischen Variationsfeldes werden durch Ausgleichsrechnung komplexe Übertragungsfunktionen zwischen dem Vertikal- und Horizontalfeld für 0.5 - 6.0 cph abgeleitet. Die in die Richtung senkrecht zum Streichen der Grabenstruktur projizierten Übertragungsfunktionen werden durch zweidimensionale Modelle interpretiert, die aus einer inhomogenen dünnen Oberflächenschicht und einer Reihe von homogenen Schichten darunter bestehen.

Die integrierte Leitfähigkeit der Oberflächenschicht wird durch direkte Inversion der empirischen Übertragungsfunktionen unter Berücksichtigung aller vorhandenen Frequenzen ermittelt. Vorgegeben wird dafür die integrierte Leitfähigkeit für die Grabenmitte mit 2100 Ω^{-1} entsprechend der aus Bohrlochmessungen bekannten Widerstandsverteilung der Sedimentfüllung.

Die Anpassung der Parameter für das Normalmodell des Untergrundes erfordert die Anwesenheit einer gutleitenden Schicht

im oberen Erdmantel. Beste Anpassung an die Beobachtungen liefert ein Vierschichtenmodell mit den folgenden Parametern:

$\tau_n = 400\ \Omega^{-1}$ $\tau_{max} = 2100\ \Omega^{-1}$

dünne Schicht		0 km
	ρ_1 = 1000 (300 - 8000) Ωm	
		25 (18 - 29) km
	ρ_2 = 30 (18 - 35) Ωm	
		75 (50 - 90) km
	ρ_3 = 1000 (300 - 8000) Ωm	
		295 (255 - 330) km
	ρ_4 = 10 (4 - 18) Ωm	

Zum Abschluß wird die Korrespondenz dieses Leitfähigkeitsmodells mit anderen geowissenschaftlichen Ergebnissen diskutiert.

8. Anhang

Tabelle 1: Stationsverzeichnis

Aufgeführt sind die Orte auf einem Profil senkrecht zum Oberrheingraben, an denen vom 28.9. bis 31.12.1966 und 18.8. bis 24.11.1967 die erdmagnetischen Variationen aufgezeichnet wurden. Die Entfernungsangabe in km folgt dem Profil von Westen nach Osten, die geographischen Koordinaten beziehen sich auf östliche Länge und nördliche Breite (s. Abschnitt 2.1.).

Entf km	Abk	Ortsname	ö.L.		n.B.		H_x γ/mm	H_y γ/mm	H_z γ/mm	Jhr 19
0	OBE	Oberemmeln (Forsthaus)	6°	37'	49°	40'	3.50	2.92	3.42	67
46	LEI	Leitersweiler (Aussiedlerhof)	7°	12'	49°	29'	3.13	2.91	3.26	67
76	DAN	Dansenberg (priv.Garten)	7°	44'	49°	24'	2.69	3.05	5.09	66
83	ANT	Antonihof (Forsthaus)	7°	49'	49°	22'	3.39 3.32	2.95 2.90	3.53 3.21	66 67
94	HOR	Hornesselwiese (alte Mühle)	7°	56'	49°	19'	2.37	2.85	2.77	66
102	MOD	Modenbacherhof (Gutshof)	8°	2'	49°	16'	2.48	2.99	3.51	66
115	DRE	Dreihof (Domäne)	8°	11'	49°	13'	3.35	2.94	3.21	66
126	RÜL	Rülzheim (Mühle)	8°	19'	49°	10'	3.49 3.24	2.99 2.88	3.46 3.50	66 67
134	LIN	Linkenheim (priv.Garten)	8°	25'	49°	7'	2.84	2.91	3.24	66
141	BLO	Blankenloch (Obstplantage)	8°	29'	49°	4'	3.19	2.99	3.35	66
150	JÖH	Jöhlingen (Aussiedlerhof)	8°	36'	49°	2'	3.10	2.95	3.57	66
163	BAU	Bauschlott (Aussiedlerhof)	8°	43'	48°	58'	3.00 3.00	2.92 2.95	3.53 3.55	66 67
173	PIN	Pinache (Aussiedlerhof)	8°	51'	48°	54'	3.52	3.03	3.15	66
204	OEF	Oeffingen (Aussiedlerhof)	9°	17'	48°	51'	3.09	2.95	3.59	67
268	HEL	Heldenfingen (Aussiedlerhof)	10°	4'	48°	36'	2.78	2.92	3.23	67

Entf km	Abk	Ortsname	ö.L.		n.B.		H_x γ/mm	H_y γ/mm	H_z γ/mm	Jhr 19
320	HOG	Horgau (Aussiedlerhof)	10°	42'	48°	23'	2.44	3.06	3.42	67
370	FU	Fürstenfeld-bruck) (Observatorium)	11°	17'	48°	10'	2.74 2.74	2.89 2.90	2.66 2.64	66 67

Tabelle 2: Geomagnetische Induktionspfeile

Aufgeführt sind die Komponenten des geomagnetischen Induktionspfeils nach WIESE [1965] für fünf Periodengruppen an den angegebenen Stationen. Hinzugefügt ist ein Fehlerparameter und Radius für den Vertrauenskreis des nicht korrelierten Anteils in H_z (s. Abschnitt 3.3.).

min	Station	A	B	ε	ρ	$\sqrt{\frac{Z^2}{X^2 + Y^2}}$
120	OBE	-0.278	-0.116	0.628	0.189	0.186
	LEI	-0.348	-0.038	0.640	0.224	0.227
	ANT	-0.336	0.009	0.523	0.176	0.244
	HOR	-0.349	-0.077	0.329	0.118	0.308
	MOD	-0.387	0.006	0.465	0.180	0.340
	DRE	-0.159	-0.157	0.342	0.077	0.224
	RÜL	-0.210	0.006	0.283	0.060	0.186
	LIN	-0.163	0.086	0.114	0.021	0.173
	BLO	-0.162	0.134	0.204	0.043	0.211
	JÖH	-0.250	0.115	0.072	0.020	0.266
	BAU	-0.233	0.118	0.244	0.064	0.183
	PIN	-0.328	0.035	0.297	0.098	0.284
	OEF	-0.239	0.075	0.441	0.110	0.221
	HEL	-0.218	0.051	0.365	0.082	0.213
	HOG	-0.112	0.180	0.193	0.041	0.162
	FU	-0.146	0.039	0.434	0.066	0.135
60	OBE	-0.193	-0.137	0.778	0.184	0.179
	LEI	-0.132	-0.138	0.617	0.118	0.192
	ANT	-0.343	-0.102	0.394	0.141	0.310
	HOR	-0.303	-0.191	0.291	0.104	0.313
	MOD	-0.272	-0.228	0.337	0.120	0.314
	DRE	-0.227	-0.155	0.378	0.104	0.275
	RÜL	-0.227	-0.019	0.245	0.056	0.192
	LIN	-0.213	0.085	0.195	0.045	0.202
	BLO	-0.253	0.097	0.213	0.058	0.271
	JÖH	-0.285	0.159	0.205	0.067	0.299
	BAU	-0.286	0.136	0.242	0.077	0.286
	PIN	-0.376	-0.048	0.298	0.113	0.310
	OEF	-0.238	0.144	0.471	0.131	0.257
	HEL	-0.209	0.111	0.235	0.055	0.208
	HOG	-0.169	0.070	0.268	0.049	0.170
	FU	-0.146	0.006	0.454	0.066	0.128

min	Station	A	B	ε	ρ	$\sqrt{\frac{Z^2}{X^2 + Y^2}}$
30	OBE	-0.014	-0.085	0.939	0.081	0.189
	LEI	-0.106	-0.184	0.465	0.099	0.159
	ANT	-0.400	-0.189	0.265	0.117	0.382
	HOR	-0.328	-0.229	0.212	0.085	0.331
	MOD	-0.314	-0.252	0.277	0.112	0.312
	DRE	-0.258	-0.186	0.299	0.095	0.318
	RÜL	-0.267	-0.011	0.204	0.055	0.208
	LIN	-0.256	0.106	0.196	0.054	0.243
	BLO	-0.310	0.109	0.184	0.060	0.329
	JÖH	-0.383	0.193	0.183	0.079	0.375
	BAU	-0.354	0.141	0.217	0.083	0.343
	PIN	-0.456	-0.060	0.259	0.119	0.386
	OEF	-0.297	0.145	0.472	0.156	0.316
	HEL	-0.245	0.088	0.256	0.067	0.234
	HOG	-0.187	0.063	0.346	0.068	0.186
	FU	-0.131	0.035	0.545	0.074	0.127
15	OBE	0.293	0.021	0.770	0.226	0.241
	LEI	-0.109	-0.257	0.672	0.187	0.262
	ANT	-0.435	-0.220	0.292	0.142	0.392
	HOR	-0.355	-0.286	0.314	0.143	0.369
	MOD	-0.396	-0.273	0.313	0.150	0.354
	DRE	-0.297	-0.222	0.389	0.144	0.370
	RÜL	-0.297	-0.015	0.249	0.074	0.211
	LIN	-0.274	0.102	0.284	0.083	0.254
	BLO	-0.356	0.115	0.275	0.103	0.374
	JÖH	-0.375	0.229	0.271	0.119	0.376
	BAU	-0.378	0.137	0.396	0.159	0.373
	PIN	-0.561	-0.083	0.316	0.179	0.466
	OEF	-0.412	0.169	0.363	0.162	0.390
	HEL	-0.289	0.174	0.308	0.104	0.276
	HOG	-0.208	0.105	0.440	0.103	0.191
	FU	-0.088	0.079	0.639	0.076	0.123
10	OBE	0.284	-0.007	0.714	0.203	0.247
	LEI	-	-	-	-	-
	ANT	-0.450	-0.256	0.442	0.229	0.422
	HOR	-0.406	-0.279	0.530	0.261	0.446
	MOD	-0.259	-0.420	0.565	0.279	0.418
	DRE	-0.297	-0.228	0.616	0.231	0.374
	RÜL	-0.311	0.007	0.450	0.140	0.254
	LIN	-0.141	0.000	0.921	0.130	0.226
	BLO	-0.350	0.172	0.493	0.192	0.390
	JÖH	-0.389	0.252	0.505	0.234	0.393
	BAU	-0.294	0.082	0.765	0.233	0.395
	PIN	-0.531	-0.101	0.509	0.275	0.466
	OEF	-0.330	0.233	0.574	0.232	0.410
	HEL	-0.322	0.211	0.573	0.220	0.388
	HOG	-0.210	0.036	0.707	0.151	0.187
	FU	-0.018	0.067	0.745	0.051	0.099

Tabelle 3: Übertragungsfunktionen W'_q und W'_p

Aufgeführt sind die Übertragungsfunktionen für fünf Frequenzgruppen bei einer Rotation des Koordinatensystems um 5° (rechtweisend Nord). Hinzugefügt ist ein Fehlerparameter und Radius für den Vertrauenskreis des nicht korrelierten Anteils in H_z (s. Abschnitt 5.1.).

cph	Stat	W'_q		W'_p		ε_w	ρ_w
		Re	Im	Re	Im		
0.5	OBE	-0.141	0.143	-0.074	-0.059	0.653	0.145
	LEI	-0.182	0.110	0.042	0.013	0.668	0.145
	ANT	-0.253	-0.125	0.086	-0.068	0.648	0.196
	HOR	-0.184	-0.078	-0.050	-0.087	0.401	0.089
	MOD	-0.150	-0.021	-0.085	-0.112	0.452	0.093
	DRE	-0.129	0.013	-0.073	-0.079	0.367	0.062
	RÜL	-0.123	0.024	-0.054	0.002	0.798	0.109
	LIN	-0.152	0.008	0.083	-0.003	0.394	0.068
	BLO	-0.165	0.039	0.093	0.024	0.299	0.058
	JÖH	-0.166	-0.006	0.123	0.052	0.187	0.040
	BAU	-0.224	0.003	0.129	0.028	0.458	0.119
	PIN	-0.213	-0.082	0.058	-0.061	0.313	0.076
	OEF	-0.183	0.013	0.154	0.035	0.542	0.131
	HEL	-0.290	0.104	0.174	-0.123	0.506	0.190
	HOG	-0.143	0.062	0.053	-0.004	0.558	0.092
	FU	-0.096	0.079	0.080	-0.030	0.681	0.103
1.0	OBE	-0.056	0.220	-0.091	0.031	0.516	0.127
	LEI	-0.083	0.015	-0.099	0.027	0.678	0.090
	ANT	-0.320	-0.080	-0.073	-0.053	0.421	0.144
	HOR	-0.333	-0.103	-0.143	-0.092	0.171	0.066
	MOD	-0.296	-0.098	-0.147	-0.142	0.201	0.075
	DRE	-0.288	-0.082	-0.106	-0.100	0.223	0.074
	RÜL	-0.254	0.011	-0.044	-0.025	0.545	0.141
	LIN	-0.186	-0.050	0.105	0.020	0.246	0.054
	BLO	-0.219	-0.063	0.116	0.044	0.177	0.046
	JÖH	-0.232	0.001	0.135	0.076	0.169	0.047
	BAU	-0.219	-0.018	0.113	0.071	0.363	0.093
	PIN	-0.335	-0.187	0.022	-0.033	0.270	0.104
	OEF	-0.188	-0.044	0.158	0.062	0.482	0.124
	HEL	-0.254	0.020	0.053	-0.073	0.623	0.168
	HOG	-0.158	0.011	0.069	-0.013	0.364	0.063
	FU	-0.105	0.058	0.014	-0.026	0.605	0.075

cph	Stat	W'_q		W'_p		ε_w	p_w
		Re	Im	Re	Im		
2.0	OBE	0.090	0.295	-0.121	0.144	0.456	0.165
	LEI	-0.071	0.024	-0.087	0.006	0.815	0.093
	ANT	-0.362	-0.085	-0.140	-0.028	0.392	0.156
	HOR	-0.372	-0.027	-0.198	-0.039	0.132	0.077
	MOD	-0.391	-0.099	-0.186	-0.132	0.232	0.108
	DRE	-0.284	-0.034	-0.170	-0.029	0.340	0.114
	RÜL	-0.295	0.113	-0.069	0.007	0.495	0.160
	LIN	-0.195	0.014	0.101	0.056	0.206	0.047
	BLO	-0.266	-0.058	0.148	0.067	0.193	0.061
	JÖH	-0.244	0.007	0.204	0.120	0.195	0.066
	BAU	-0.270	-0.002	0.165	0.111	0.315	0.106
	PIN	-0.415	-0.192	0.027	-0.001	0.207	0.095
	OEF	-0.220	0.010	0.122	0.117	0.467	0.130
	HEL	-0.331	0.139	-0.055	-0.058	0.541	0.199
	HOG	-0.131	0.048	0.016	0.012	0.444	0.063
	FU	-0.060	0.096	-0.022	0.018	0.610	0.071
4.0	OBE	0.196	0.159	-0.052	0.101	0.671	0.185
	LEI	-0.032	0.020	-0.006	0.069	0.826	0.065
	ANT	-0.406	-0.053	-0.156	-0.060	0.395	0.175
	HOR	-0.378	0.035	-0.254	-0.031	0.413	0.189
	MOD	-0.431	-0.033	-0.229	-0.110	0.321	0.161
	DRE	-0.374	0.004	-0.187	-0.054	0.492	0.207
	RÜL	-0.311	0.168	-0.116	0.012	0.673	0.250
	LIN	-0.225	0.089	0.091	0.024	0.345	0.090
	BLO	-0.277	-0.074	0.178	0.067	0.339	0.116
	JÖH	-0.264	0.022	0.224	0.081	0.418	0.149
	BAU	-0.262	0.053	0.159	0.069	0.543	0.173
	PIN	-0.478	-0.232	0.023	-0.039	0.367	0.196
	OEF	-0.304	0.019	0.198	0.104	0.371	0.140
	HEL	-0.524	0.155	0.024	-0.205	0.615	0.359
	HOG	-0.070	0.050	0.028	0.077	0.445	0.053
	FU	-0.038	0.079	0.028	-0.014	0.665	0.062
6.0	OBE	0.124	0.063	-0.032	0.056	0.854	0.131
	LEI	0.000	0.039	0.011	0.043	0.951	0.056
	ANT	-0.346	-0.006	-0.158	-0.049	0.636	0.243
	HOR	-0.267	0.079	-0.181	-0.023	0.745	0.248
	MOD	-0.329	0.021	-0.286	-0.108	0.611	0.275
	DRE	-0.240	0.062	-0.159	-0.029	0.779	0.231
	RÜL	-0.147	0.130	-0.193	0.002	0.695	0.191
	LIN	-0.114	0.181	0.012	0.015	0.754	0.162
	BLO	-0.205	0.013	0.143	0.079	0.741	0.194
	JÖH	-0.104	0.125	0.142	0.050	0.789	0.175
	BAU	-0.217	0.021	0.085	0.017	0.856	0.200
	PIN	-0.461	-0.188	0.008	-0.081	0.433	0.218
	OEF	-0.248	0.046	0.180	0.105	0.620	0.202
	HEL	-0.561	0.131	-0.083	-0.107	0.536	0.318
	HOG	-0.042	0.044	-0.049	0.014	0.902	0.071
	FU	0.000	0.036	0.024	0.020	0.909	0.043

Tabelle 4: Interpolierte Übertragungsfunktionen W_p und W_{pp}.

Aufgeführt sind 16 interpolierte Übertragungsfunktionen $W_p = W_{zp} = H_{az} / H_{np}$ und $W_{pp} = H_{ap} / H_{np}$ für fünf Frequenzgruppen, begonnen bei einer Entfernung von 64 km vom westlichen Profilende und mit einem Punktabstand von 8 km (s. Abschnitt 5.2.).

cph	Entf	$W_{zp} = W_p$		W_{pp}	
	km	Re	Im	Re	Im
0.5	64	0.145	-0.016	0.103	-0.068
	72	0.149	-0.035	0.030	-0.069
	80	0.114	-0.054	-0.042	-0.063
	88	0.024	-0.071	-0.074	-0.053
	96	-0.062	-0.091	-0.036	-0.036
	104	-0.089	-0.112	0.034	0.003
	112	-0.084	-0.095	0.089	0.058
	120	-0.089	-0.028	0.170	0.074
	128	0.025	0.000	0.225	0.053
	136	0.112	0.012	0.185	0.042
	144	0.127	0.045	0.134	0.020
	152	0.146	0.051	0.091	-0.028
	160	0.127	0.017	0.040	-0.073
	168	0.063	-0.054	0.039	-0.068
	176	0.050	-0.077	0.083	-0.018
	184	0.075	-0.059	0.122	0.029
1.0	64	-0.057	0.004	0.071	-0.067
	72	-0.048	-0.013	0.051	-0.074
	80	-0.058	-0.035	0.024	-0.077
	88	-0.108	-0.061	0.018	-0.076
	96	-0.157	-0.100	0.061	-0.061
	104	-0.162	-0.141	0.129	-0.006
	112	-0.139	-0.121	0.192	0.067
	120	-0.104	-0.062	0.275	0.108
	128	0.051	0.000	0.301	0.106
	136	0.145	0.038	0.219	0.083
	144	0.147	0.069	0.137	0.050
	152	0.146	0.085	0.078	-0.002
	160	0.106	0.057	0.025	-0.061
	168	0.026	-0.026	0.032	-0.065
	176	0.010	-0.055	0.092	-0.012
	184	0.046	-0.037	0.142	0.038

cph	Entf	$W_{zp} = W_p$		W_{pp}	
	km	Re	Im	Re	Im
2.0	64	-0.085	-0.010	-0.010	-0.030
	72	-0.096	-0.017	-0.017	-0.025
	80	-0.119	-0.023	-0.024	-0.020
	88	-0.168	-0.022	-0.009	-0.028
	96	-0.207	-0.062	0.045	-0.036
	104	-0.206	-0.131	0.109	0.036
	112	-0.211	-0.057	0.187	0.110
	120	-0.164	-0.009	0.310	0.119
	128	0.032	0.038	0.358	0.112
	136	0.172	0.069	0.269	0.095
	144	0.215	0.107	0.149	0.068
	152	0.212	0.132	0.037	0.007
	160	0.143	0.094	-0.051	-0.061
	168	0.031	0.004	-0.054	-0.060
	176	-0.008	-0.023	0.008	-0.001
	184	0.010	0.002	0.065	0.053
4.0	64	-0.034	-0.011	-0.063	-0.115
	72	-0.065	-0.041	-0.078	-0.093
	80	-0.111	-0.057	-0.089	-0.059
	88	-0.192	-0.037	-0.067	-0.043
	96	-0.258	-0.047	0.018	-0.056
	104	-0.250	-0.108	0.115	-0.017
	112	-0.236	-0.075	0.195	0.055
	120	-0.218	-0.012	0.333	0.071
	128	-0.010	0.019	0.433	0.060
	136	0.206	0.053	0.345	0.045
	144	0.254	0.080	0.180	0.011
	152	0.224	0.083	0.054	-0.038
	160	0.140	0.053	-0.021	-0.088
	168	0.028	-0.031	-0.003	-0.084
	176	0.001	-0.054	0.079	-0.023
	184	0.045	-0.023	0.150	0.030
6.0	64	-0.056	-0.015	-0.122	-0.082
	72	-0.093	-0.037	-0.114	-0.064
	80	-0.129	-0.048	-0.093	-0.037
	88	-0.146	-0.027	-0.078	-0.029
	96	-0.196	-0.042	-0.066	-0.046
	104	-0.285	-0.105	0.034	-0.001
	112	-0.204	-0.050	0.120	0.058
	120	-0.238	-0.008	0.200	0.056
	128	-0.123	0.005	0.342	0.057
	136	0.135	0.059	0.304	0.040
	144	0.176	0.066	0.139	-0.012
	152	0.130	0.039	0.044	-0.048
	160	0.076	0.006	0.006	-0.074
	168	0.011	-0.073	0.024	-0.053
	176	0.008	-0.090	0.079	0.023
	184	0.055	-0.047	0.118	0.090

9. Literaturverzeichnis

AKASOFU, S.-I., S. CHAPMAN and C.-I. MENG: The Polar Electrojet. J. Atmosph. Terr. Phys., 27, 1275-1305, 1965.

ANSORGE, J., D. EMTER, K. FUCHS, J.P. LAUER, ST. MÜLLER and E. PETERSCHMITT: Structure of the crust and upper mantle in the rift system around the Rhinegraben. In: Graben Problems, Schweizerbart, Stuttgart, 190-197, 1970.

BARTELS, J.: Erdmagnetische Variationen. In: Landolt-Börnstein Zahlenwerte aus Physik usw., 6.Aufl., 3, Artikel 3292, Berlin 1952.

BARTELS, J.: Erdmagnetisch erschließbare lokale Inhomogenitäten der elektrischen Leitfähigkeit im Untergrund. Nachr. Akad. Wiss., Göttingen, Math.-Phys. Kl. Abt. IIa, 95-100, 1954.

BARTELS, J.: Random fluctuations, persistence, and quasi-persistence in geophysical and cosmical periodicities. Terr. Magn. Atm. El., 40, 1-60, 1935, repr. 1959.

BERKTOLD, A.: Tiefensondierung mit Hilfe der Variationen des erdmagnetischen und erdelektrischen Feldes längs eines Profils vom Oberpfälzer Wald durch das nördliche Alpenvorland bis zu den Kitzbüheler Alpen. Diss. Nat. Fak. München, 1969.

CHAPMAN, S. and J. BARTELS: Geomagnetism. 2 Bände, Oxford University Press, repr. 1961.

CHAPMAN, S. and T.T. WHITEHEAD: The influence of electrically conducting material within the earth on various phenomena of terrestrial magnetism. Trans. Cambridge Phil.Soc., 22, 463-482, 1923.

CLOSS, H. und S. PLAUMANN: Gedanken zur Tektonik der Kruste im Oberrheingraben aufgrund von Schweremessungen. Geol. Jb., 85, 371-382, 1968.

DORN, P.: Geologie von Mitteleuropa. 3.Aufl., Schweizerbart, Stuttgart, 1966.

DOSSO, H.W.: A plane - wave analogue model for studying electromagnetic variations. Can. J. Phys., 44, 67-80, 1966.

ERDÉLYI, A. (Hrsg.): Tables of integral transform, Vol.2. Mac Graw-Hill, New York etc. 1954.

FLATHE,H.: The determination of the electrical resistivity of the crust within the region of the Rhinegraben. In: Abh. Geol. Landesamt Bad.-Württemberg, 6, 96-97, 1967.

FLEISCHER, U.: Ein Erdstrom im tieferen Untergrund Norddeutschlands und sein Anteil in den magnetischen Bay-Störungen. Diss. Math.-Nat. Fak. Göttingen, 1954; Auszug Naturwiss. 41, 114-115, 1954.

FOURNIER, H.G.: Contribution au développement de la méthode magnétotellurique, notamment en vue de la détermination des structures profondes. Thèse Fac. Sciences Paris, 1970.

FOURNIER, H.G., A. ADAM, L. DE MIGUEL and E. SANCLEMENT: Proposal for a first upper mantle magnetotelluric E-W profile across Europe. Acta Geodaet. Geophys. et Montanist. Acad. Sci. Hung., 6, 459-477, 1971.

HAAK, V.: Das zeitlich sich ändernde, erdelektrische Feld, beobachtet auf einem Profil über den Rheingraben; eine hiervon abgeleitete Methode der Auswertung mit dem Ziel, die elektrische Leitfähigkeit im Untergrund zu bestimmen. Diss. Nat. Fak. München, 1970.

HAAK, V., K.-P. SENGPIEL, A. BERKTOLD und S. GREINWALD: The telluric method: Results of the measurements along a profile across the Rhinegraben between Stuttgart and Kaiserslautern. In: Graben Problems, Schweizerbart, Stuttgart, 235-238, 1970.

HAAK, V. und G. REITMAYR: Electromagnetic induction studies in the Rhinegraben area. The distribution of electrical resistivity as determined by telluric and magnetotelluric methods. In: Approaches to Taphrogenesis, Schweizerbart, Stuttgart, 1973 (in press).

HARDTWIG, E.: Fehler- und Ausgleichsrechnung. Bibliographisches Institut, Mannheim 1968.

HESSE, D.: Erdmagnetische Tiefensondierung im Gebiet des Teutoburger Waldes. Dipl. Inst. Geophys. u. Meteor., Techn. Univ. Braunschweig, 1967.

ILLIES, J.H.: An attempt to model the Rhinegraben tectonics. In: Abh. Geol. Landesamt Bad.-Württemberg, 6, 10-12, 1967.

ILLIES, J.H. and ST. MÜLLER (Hrsg.): Graben Problems. Schweizerbart, Stuttgart, 1970.

ILLIES, J.H.: Graben tectonics as related to crust-mantle interaction. In: Graben Problems, Schweizerbart, Stuttgart, [illegible], 1970.

ILLIES, J.H. and K. FUCHS (Hrsg.): Approaches to Taphrogenesis. Schweizerbart, Stuttgart, 1973 (in press).

JANKOWSKI, J.: Short-period variations of the earth's magnetic field on the territory of Poland and their relation to deep substratum structure. Acta Geophys. Polonica, 13, 85-105, 1965.

KERTZ, W.: Modelle für erdmagnetisch induzierte elektrische Ströme im Untergrund. Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl., Nr.5, 1954.

KERTZ, W.: The conductivity anomaly in the upper mantle found in Europe. J. Geomag. Geoel., 15, 185-192, 1964.

KERTZ, W.: Filterverfahren in der Geophysik. Gerl. Beitr. Geophysik, 75, 1-33, 1965.

KERTZ, W.: Erdmagnetische Tiefensondierung: I. Prinzip und bisherige Arbeiten. Beitrag zum DFG-Kolloquium in Wiesloch, 1966.

KERTZ, W.: Einführung in die Geophysik I. Bibliographisches Institut, Mannheim 1969.

KERTZ, W.: Einführung in die Geophysik II. Bibliographisches Institut, Mannheim 1971.

KREMSER, G.: Ergebnisse erdmagnetischer Tiefensondierung in der Umgebung von Göttingen. Dipl. Math.-Nat. Fak. Göttingen, 1961; Auszug Z. Geophys., 28, 1-11, 1962.

LAHIRI, B.N. and A.T. PRICE: Electromagnetic induction in non-uniform conductors and the determination of the conductivity of the earth from terrestrial magnetic variations. Phil. Trans. Roy. Soc. London, 237, 509-540, 1939.

LOSECKE, W.: Ergebnisse magnetotellurischer Messungen bei Speyer. In: Graben Problems, Schweizerbart, Stuttgart, 242-244, 1970.

MEISSNER, R. and H. BERCKHEMER: Seismic refraction measurements in the northern Rhinegraben. In: Abh. Geol. Landesamt Bad.-Württemberg, 6, 105-107, 1967.

MEISSNER, R., H. BERCKHEMER, R. WILDE and M. POURSADEG: Interpretation of seismic refraction measurements in the northern part of the Rhinegraben. In: Graben Problems, Schweizerbart, Stuttgart, 184-190, 1970.

MEYER, J.: Über die Richtungsveränderlichkeit des geomagnetischen Induktionspfeiles bei endlicher Leitfähigkeit. Z. Geophys., 34, 195-221, 1968.

MEYER, O.: Über eine besondere Art von erdmagnetischen Bay-Störungen. Dtsch. Hydrogr. Z., 4, 61-65, 1951.

MÜLLER, ST., E. PETERSCHMITT, K. FUCHS and J. ANSORGE: The rift structure of the crust and upper mantle beneath the Rhinegraben. In: Abh. Geol. Landesamt Bad.-Württemberg, 6, 108-113, 1967.

NAUMANN, E.: Tiefensondierung am Oberrheingraben. Dipl. Inst. Geophys. u. Meteor., Techn. Univ. Braunschweig, 1970.

PARKINSON, W.D.: Directions of rapid geomagnetic fluctuations. Geophys. J., 2, 1-14, 1959.

PARKINSON, W.D.: The influence of continents and oceans on geomagnetic variations. Geophys. J., 6, 441-449, 1962.

REICHENBACH, R. und ST. MÜLLER: Ein Krusten-Mantel-Modell für das Riftsystem um den Rheingraben, abgeleitet aus der Dispersion von RAYLEIGH-Wellen. In: Approaches to Taphrogenesis, Schweizerbart, Stuttgart, 1973 (im Druck).

REITMAYR, G.: Auswertung von Messungen des erdelektrischen und erdmagnetischen Feldes auf einem Profil quer über den Oberrhein-Graben. Dipl. Nat. Fak. München, 1971.

RIKITAKE, T.: Developments in solid earth Geophysics, 2.Bd.: Electromagnetism and the earth's interior. Elsevier, Amsterdam, 1966.

ROTHÉ, J.P. and K. SAUER (Hrsg.): The Rhinegraben Progress Report 1967. Abh. Geol. Landesamt Bad.-Württemberg, 6, 1967.

RÜLKE, O.: Specific resistivity of the graben fill. In: Abh. Geol. Landesamt Bad.-Württemberg, 6, 66-67, 1967.

SCHEELKE, I.: Magnetotellurische Messungen im Rheingraben und ihre Deutung mit zweidimensionalen Modellen. Diss. Inst. Geophys. u. Meteor., Techn. Univ. Braunschweig, GAMMA, 20, 1972.

SCHEELKE, I.: Electromagnetic induction studies in the Rhinegraben area. Models for the resistivity distribution from magnetotelluric soundings. In: Approaches to Taphrogenesis, Schweizerbart, Stuttgart, 1973 (in press).

SCHMUCKER, U.: Erdmagnetische Tiefensondierung in Deutschland 1957/59: Magnetogramme und erste Auswertung. Abh. Akad. Wiss., Göttingen, Math.-Phys. Kl., Nr.5, 1959.

SCHMUCKER, U.: Anomalies of geomagnetic variations in the southwestern United States. J. Geomag. Geoel., 15, 193-221, 1964.

SCHMUCKER, U.: Anomalies of geomagnetic variations in the southwestern United States. Bull. Scripps Inst. Oceanography, 13, 1-165, 1970 a.

SCHMUCKER, U.: An introduction to induction anomalies. J. Geomag. Geoel., 22, 9-33, 1970 b.

SCHMUCKER, U.: Interpretation of induction anomalies above nonuniform surface layers. Geophysics, 36, 156-165, 1971.

SCHMUCKER, U. and J. JANKOWSKI: Geomagnetic induction studies and the electrical state of the upper mantle. In: A.R. Ritsema (Hrsg.), The Upper Mantle. Tectonophysics, 13 (1-4), 233-256, 1972.

SCHULT, A.: Electromagnetic induction studies in the Rhinegraben area. The electrical conductivity of minerals and the temperature distribution in the upper mantle. In: Approaches to Taphrogenesis, Schweizerbart, Stuttgart, 1973 (in press).

SENGPIEL, K.-P. und V. HAAK: The natural time-varying earth-electric (Telluric) field along a profile across the Rhinegraben and first results of evaluation. In: Abh. Geol. Landesamt Bad.-Württemberg, 6, 123-126, 1967.

SIEBERT, M. und W. KERTZ: Zur Zerlegung eines lokalen erdmagnetischen Feldes in äußeren und inneren Anteil. Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math.-Phys. Kl., Nr.5, 1957.

SIEBERT, M.: Bemerkungen zur Untersuchung der Norddeutschen Leitfähigkeitsanomalie. Protokoll Kolloquium "Erdmagnetische Tiefensondierung" Goslar, 108-129, 1965.

SIEBERT, M.: Erdmagnetische Tiefensondierung: II. Grundlagen der Auswertung. Beitrag zum DFG-Kolloquium in Wiesloch, 1966.

SIEBERT, M.: Zur Verwendung von Induktionspfeilen bei der erdmagnetischen Tiefensondierung. Protokoll Kolloquium "Erdmagnetische Tiefensondierung" Reinhausen, 163-176, 1969.

SIEBERT, M.: Zur Deutung von Induktionspfeilen bei schmalen langgestreckten orthogonalen Leitfähigkeitsanomalien. Protokoll Kolloquium "Erdmagnetische Tiefensondierung" Rothenberge, 53-62, 1971.

SIEBERT, M.: Maßzahlen der erdmagnetischen Aktivität. Handbuch der Physik, 49/3, 206-275, Herausg. S. Flügge, Springer, New York 1971.

SILSBEE, H.C. and E.H. VESTINE: Geomagnetic Bays, their frequency and current systems. Terr. Magn. and Atm. Electr., 47, 195-208, 1942.

SPITTA, P.: Modellversuche zur erdmagnetischen Induktion in Leitfähigkeitsanomalien. Dipl. Math.-Nat. Fak. Göttingen, 1963.

SPITTA, P.: Scale model experiments with solid conductors. Phys. Earth Planet. Inter., 1973, (im Druck).

STEVELING, E.: Erdmagnetische Tiefensondierung mit 9 gleichzeitig registrierenden Pulsationsstationen zwischen Göttingen und Goslar. Dipl. Math.-Nat. Fak. Göttingen, 1966; Auszug Z. Geophys., 32, 422-433, 1966.

STEVELING, E.: Erdmagnetische Tiefensondierung mit Pulsationen und Variationen längs eines NS-Profils in Norddeutschland. Protokoll Kolloquium "Erdmagnetische Tiefensondierung" Rothenberge, 228-243, 1971.

UNTIEDT, J.: Conductivity anomalies in central and southern Europe. J. Geomag. Geoel., 22, 131-149, 1970.

WAIT, J.R.: Propagation of radio waves over a stratified ground. Geophysics, 18, 416-422, 1953.

WEIDELT, P.: Die Umkehraufgabe der Erdmagnetischen Tiefensondierung für horizontal geschichtete Leiter. Diss. Math.-Nat. Fak. Göttingen, 1970.

WIESE, H.: Erdmagnetische Baistörungen und ihr heterogener im Erdinnern induzierter Anteil. Z. Meteorol., 8, 77-79, 1954.

WIESE, H.: Geomagnetische Tiefentellurik. Teil II: Die Streichrichtung der Untergrundstrukturen des elektrischen Widerstandes, erschlossen aus geomagnetischen Variationen. Geofis. pura e appl. 52, 83-103, 1962. - Teil III: Die geomagnetischen Variationen in Mittel- und Südosteuropa als Indikator der Streichrichtung großräumiger elektrischer Untergrundstrukturen. Geofis. pura e appl. 56, 101-114, 1963.

WIESE, H.: Geomagnetische Tiefentellurik. Dt. Akad. Wiss. Berlin, Geom. Inst. Potsdam, 36, 1965.

WIESE, H.: Geomagnetische Induktionspfeile und tektonische Großstrukturen. Geophysik u. Geologie, Folge 10, 3-13, 1967.

WINTER, R.: Registrierung und Auswertung erdmagnetischer Variationen zur Untersuchung der Göttinger Leitfähigkeitsanomalie. Dipl. Math.-Nat. Fak. Göttingen, 1966.

WINTER, R.: Geomagnetic Deep-Sounding at the Rhinegraben: 1. Measurements of the Magnetic Variations. In: Abh. Geol. Landesamt Bad.-Württemberg, 6, 127-130, 1967.

WINTER, R.: Numerisches Filtern von Baystörungen und Ermittlung des geomagnetischen Induktionspfeils durch Ausgleichsrechnung. Protokoll Kolloquium "Erdmagnetische Tiefensondierung" Reinhausen, 64-77, 1969.

WINTER, R.: Erdmagnetische Tiefensondierung im Gebiet des Oberrheingrabens. In: Graben Problems, Schweizerbart, Stuttgart, 244-248, 1970.

WINTER, R.: Modellrechnungen und Inversionsverfahren angewandt auf Registrierungen erdmagnetischer Variationen auf einem Profil über den Oberrheingraben. Protokoll Kolloquium "Erdmagnetische Tiefensondierung" Rothenberge, 195-226, 1971.

Die vorliegende Dissertation wurde am Institut für Geophysik der Universität Göttingen angefertigt. Dem Direktor des Instituts, Herrn Prof. Dr. M. Siebert, danke ich herzlich für Anregung und wohlwollende Förderung meiner Arbeit.

Mein Dank gilt auch Herrn Dr. U. Schmucker und Herrn Dr. P. Weidelt für viele Diskussionen und wertvolle fachliche Unterstützung.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft danke ich für die Bereitstellung finanzieller Mittel, wodurch wesentliche Teile dieser Untersuchung ermöglicht wurden.

Die numerischen Rechnungen erfolgten an der Rechenanlage der Gesellschaft für wissenschaftliche Datenverarbeitung in Göttingen.

Lebenslauf

Am 13. April 1939 wurde ich in Berlin als Sohn des Kaufmanns Carl Winter und seiner Ehefrau Friederike Winter, geb. Kleimann, geboren. Nach der Grundschule und Realschule in Hachenburg (Westerwald) besuchte ich 1952 die Fürstenberger Mittelschule in Frankfurt (Main) und von 1955 bis zum Abitur 1958 die Wirtschaftsoberschule der Stadt Bonn. - Anschließend begann ich das Physikstudium an der Universität Bonn und bestand hier am Ende des Sommersemesters 1961 die Vordiplomprüfung. Ein Austauschstipendium ermöglichte mir das Studium an der Universität Toulouse (Frankreich) während des Studienjahres 1961/62. Im Anschluß daran setzte ich das Physikstudium an der Universität Göttingen fort. Nach Anfertigung der Diplomarbeit am Institut für Geophysik legte ich am Ende des Sommersemesters 1966 die Diplomprüfung in Physik ab.